

Paul Heimbach

Farbquadrate nach

Benjamin Franklin

(1706-1790)

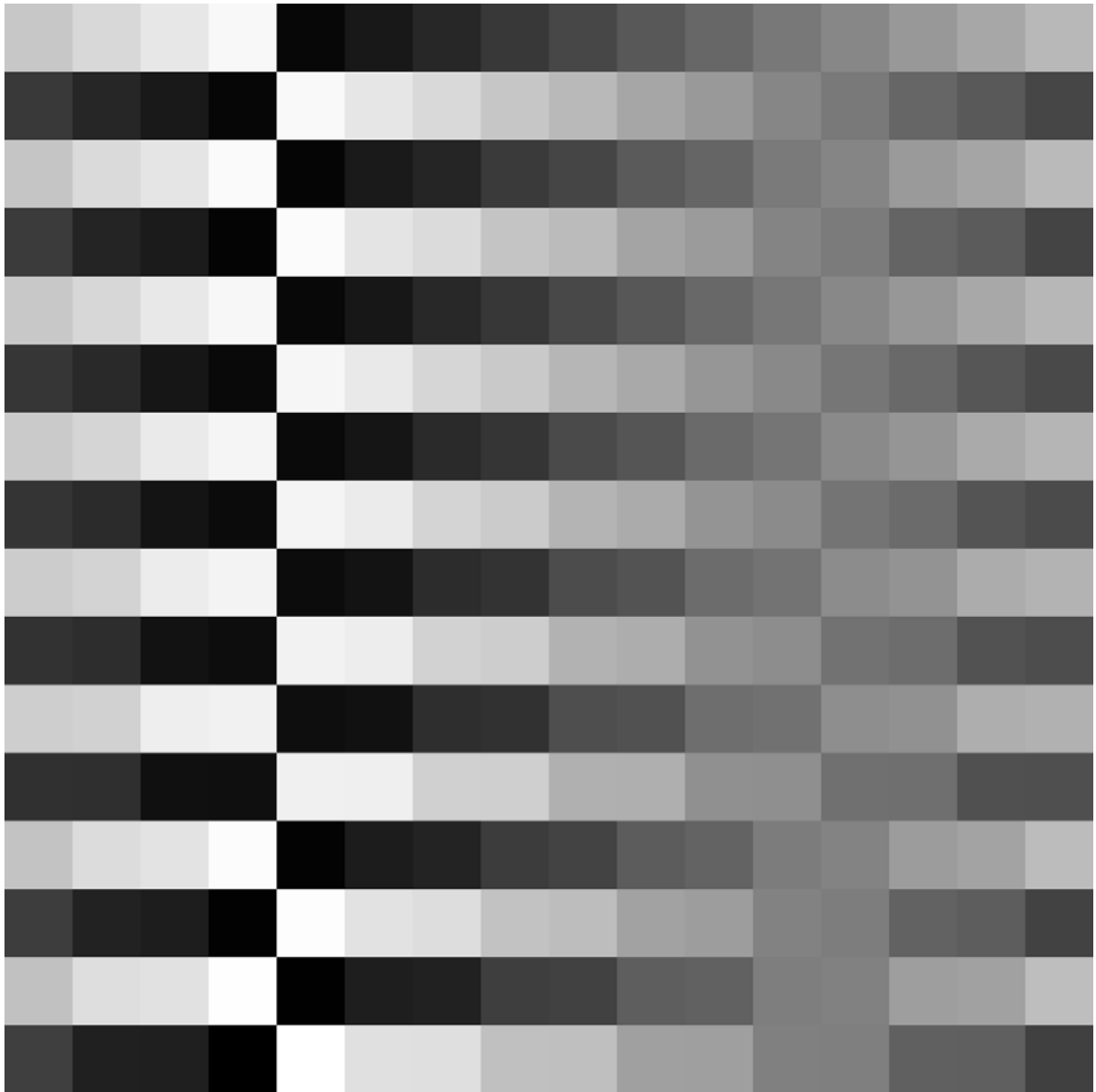
Köln, Januar 2005

200	217	232	249	8	25	40	57	72	89	104	121	136	153	168	185
58	39	26	7	250	231	218	199	186	167	154	135	122	103	90	71
198	219	230	251	6	27	38	59	70	91	102	123	134	155	166	187
60	37	28	5	252	229	220	197	188	165	156	133	124	101	92	69
201	216	233	248	9	24	41	56	73	88	105	120	137	152	169	184
55	42	23	10	247	234	215	202	183	170	151	138	119	106	87	74
203	214	235	246	11	22	43	54	75	86	107	118	139	150	171	182
53	44	21	12	245	236	213	204	181	172	149	140	117	108	85	76
205	212	237	244	13	20	45	52	77	84	109	116	141	148	173	180
51	46	19	14	243	238	211	206	179	174	147	142	115	110	83	78
207	210	239	242	15	18	47	50	79	82	111	114	143	146	175	178
49	48	17	16	241	240	209	208	177	176	145	144	113	112	81	80
196	221	228	253	4	29	36	61	68	93	100	125	132	157	164	189
62	35	30	3	254	227	222	195	190	163	158	131	126	99	94	67
194	223	226	255	2	31	34	63	66	95	98	127	130	159	162	191
64	33	32	1	256	225	224	193	192	161	160	129	128	97	96	65

Benjamin Franklins Quadrate sind nach Regeln konstruiert, die ich hier unbeachtet lassen werde. Darüber steht eine gewaltige Fülle von Analysen und Kommentaren im Internet zur Verfügung. Für meine Zwecke erlaube ich mir, eine kleine Korrektur vorzunehmen, die möglicherweise seine Regeln außer Kraft setzt. Mir geht es hier nur um ein Quadrat mit 256 Feldern, das die gegebenen Möglichkeiten einer 8Bit-Grauskala des PCs ausschöpft. Für einen Dokumentationsraum in einer Ausstellung zu magischen Quadraten soll dieses Quadrat wandfüllend ausgeführt werden.

199	216	231	248	7	24	39	56	71	88	103	120	135	152	167	184
57	38	25	6	249	230	217	198	185	166	153	134	121	102	89	70
197	218	229	250	5	26	37	58	69	90	101	122	133	154	165	186
59	36	27	4	251	228	219	196	187	164	155	132	123	100	91	68
200	215	232	247	8	23	40	55	72	87	104	119	136	151	168	183
54	41	22	9	246	233	214	201	182	169	150	137	118	105	86	73
202	213	234	245	10	21	42	53	74	85	106	117	138	149	170	181
52	43	20	11	244	235	212	203	180	171	148	139	116	107	84	75
204	211	236	243	12	19	44	51	76	83	108	115	140	147	172	179
50	45	18	13	242	237	210	205	178	173	146	141	114	109	82	77
206	209	238	241	14	17	46	49	78	81	110	113	142	145	174	177
48	47	16	15	240	239	208	207	176	175	144	143	112	111	80	79
195	220	227	252	3	28	35	60	67	92	99	124	131	156	163	188
61	34	29	2	253	226	221	194	189	162	157	130	125	98	93	66
193	222	225	254	1	30	33	62	65	94	97	126	129	158	161	190
63	32	31	0	255	224	223	192	191	160	159	128	127	96	95	64

Franklins Quadrat von 1767 (mit falscher Diagonale) um 1 reduziert



in 256 Graustufen

[illegible][illegible]

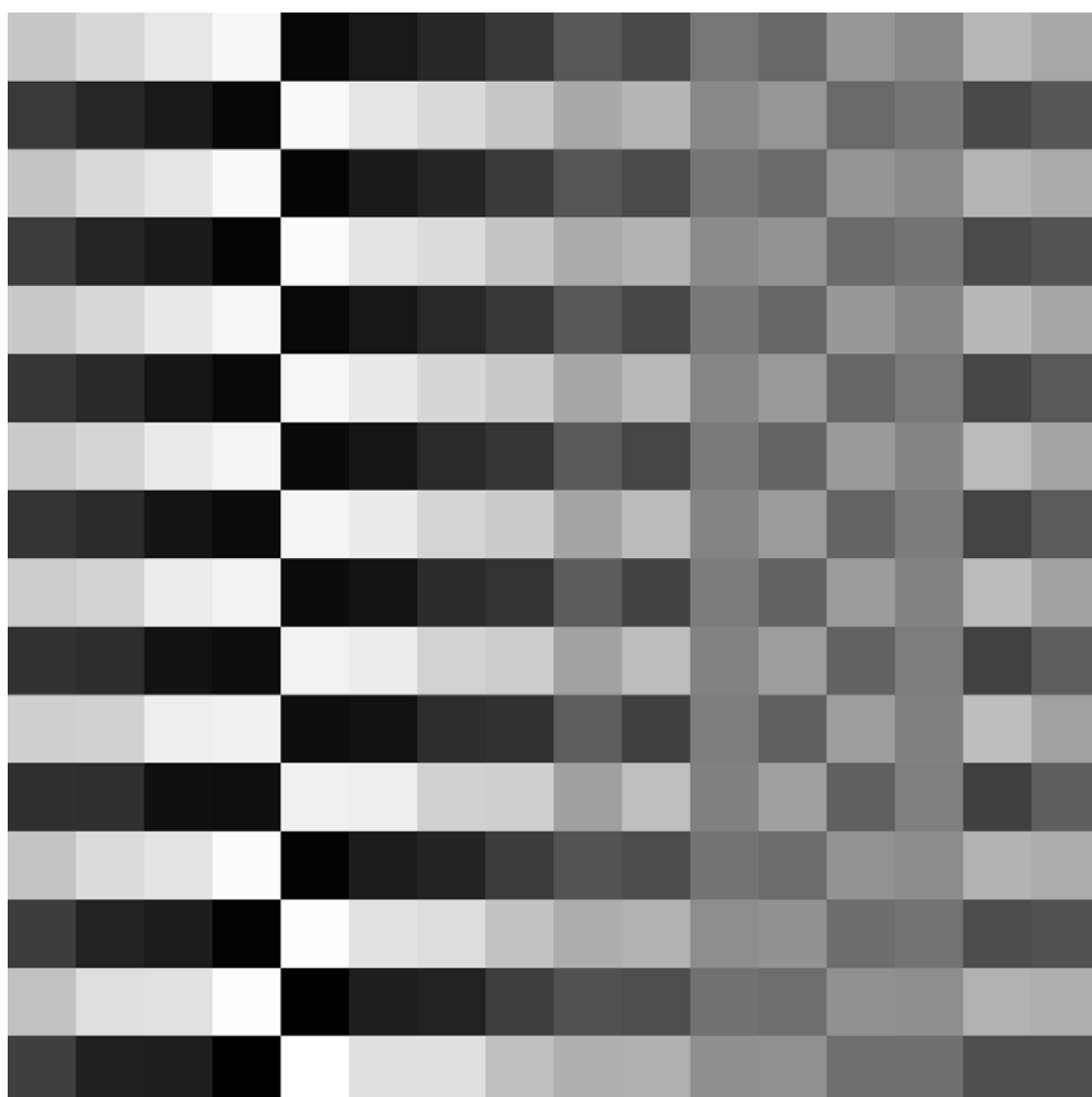
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	
	16		16		16		16		16		16
16		16		16		16		16		16	

		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		
		32	32			32	32			32	32			32	32
32	32			32	32			32	32			32	32		

Durch die 16er Maske ist das Gleichgewicht gestört

[illegible][illegible]

In den folgenden Quadraten wurde sie durch diese beiden ersetzt.



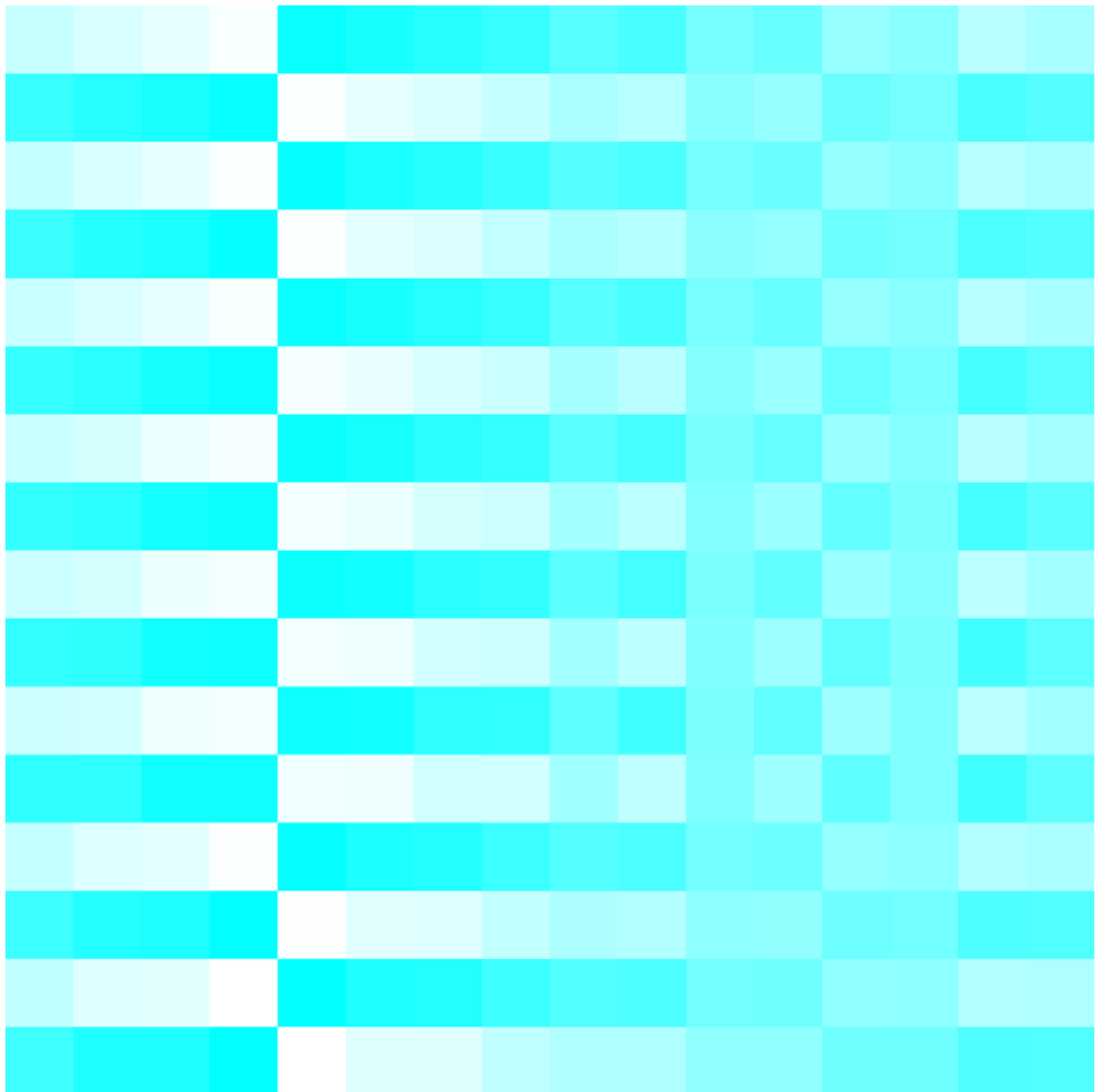
199	216	231	248	7	24	39	56	87	72	119	104	151	136	183	168
57	38	25	6	249	230	217	198	169	182	137	150	105	118	73	86
197	218	229	250	5	26	37	58	85	74	117	106	149	138	181	170
59	36	27	4	251	228	219	196	171	180	139	148	107	116	75	84
200	215	232	247	8	23	40	55	88	71	120	103	152	135	184	167
54	41	22	9	246	233	214	201	166	185	134	153	102	121	70	89
202	213	234	245	10	21	42	53	90	69	122	101	154	133	186	165
52	43	20	11	244	235	212	203	164	187	132	155	100	123	68	91
204	211	236	243	12	19	44	51	92	67	124	99	156	131	188	163
50	45	18	13	242	237	210	205	162	189	130	157	98	125	66	93
206	209	238	241	14	17	46	49	94	65	126	97	158	129	190	161
48	47	16	15	240	239	208	207	160	191	128	159	96	127	64	95
195	220	227	252	3	28	35	60	83	76	115	108	147	140	179	172
61	34	29	2	253	226	221	194	173	178	141	146	109	114	77	82
193	222	225	254	1	30	33	62	81	78	113	110	145	142	177	174
63	32	31	0	255	224	223	192	175	176	143	144	111	112	79	80

Franklins Quadrat von 1767 Korrektur 1



199	216	231	248	7	24	39	56	71	88	103	120	135	152	167	184
57	38	25	6	249	230	217	198	185	166	153	134	121	102	89	70
197	218	229	250	5	26	37	58	69	90	101	122	133	154	165	186
59	36	27	4	251	228	219	196	187	164	155	132	123	100	91	68
200	215	232	247	8	23	40	55	72	87	104	119	136	151	168	183
54	41	22	9	246	233	214	201	182	169	150	137	118	105	86	73
202	213	234	245	10	21	42	53	74	85	106	117	138	149	170	181
52	43	20	11	244	235	212	203	180	171	148	139	116	107	84	75
220	195	252	227	28	3	60	35	92	67	124	99	156	131	188	163
34	61	2	29	226	253	194	221	162	189	130	157	98	125	66	93
222	193	254	225	30	1	62	33	94	65	126	97	158	129	190	161
32	63	0	31	224	255	192	223	160	191	128	159	96	127	64	95
211	204	243	236	19	12	51	44	83	76	115	108	147	140	179	172
45	50	13	18	237	242	205	210	173	178	141	146	109	114	77	82
209	206	241	238	17	14	49	46	81	78	113	110	145	142	177	174
47	48	15	16	239	240	207	208	175	176	143	144	111	112	79	80

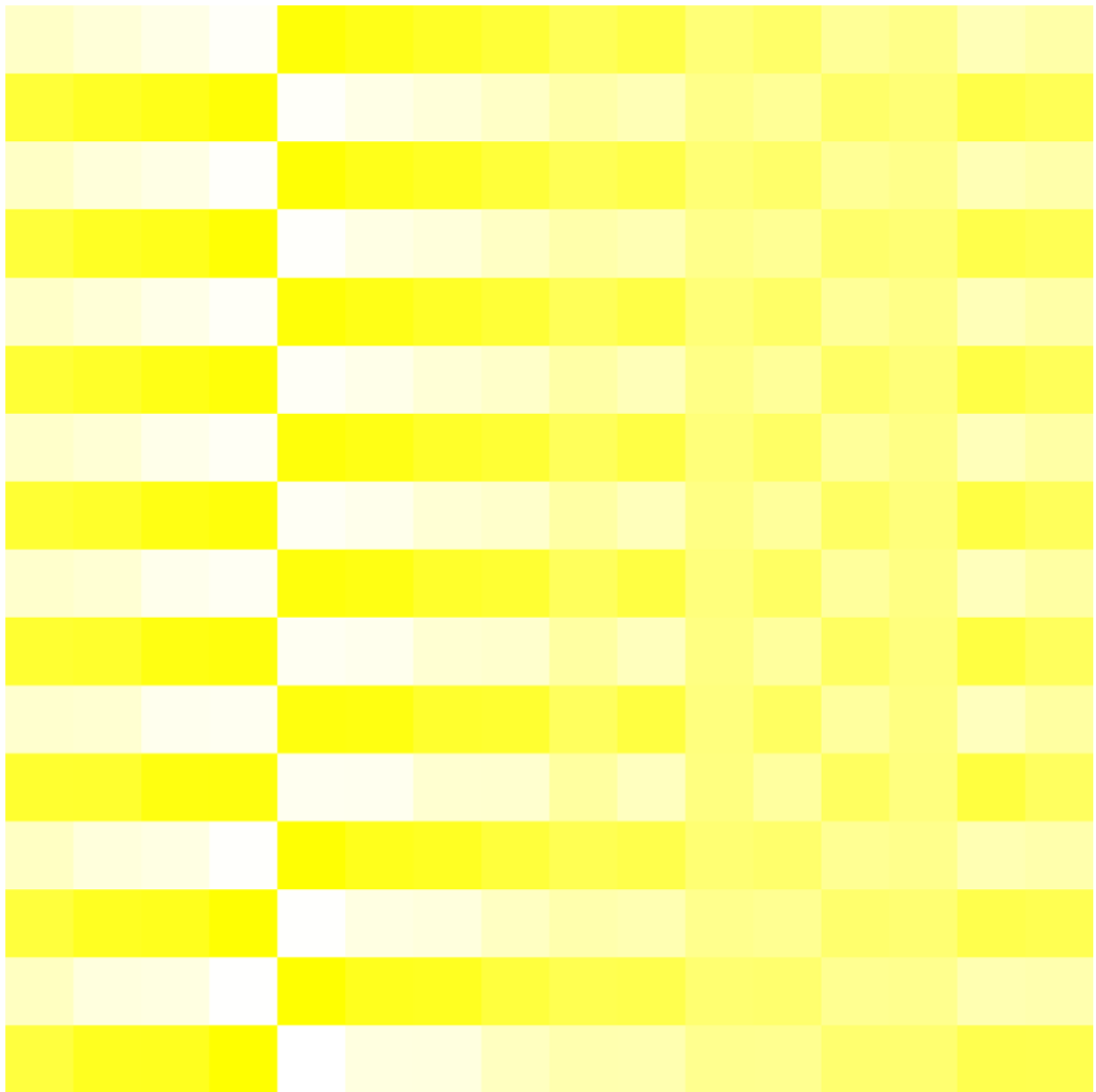
Franklins Quadrat von 1767 Korrektur 2



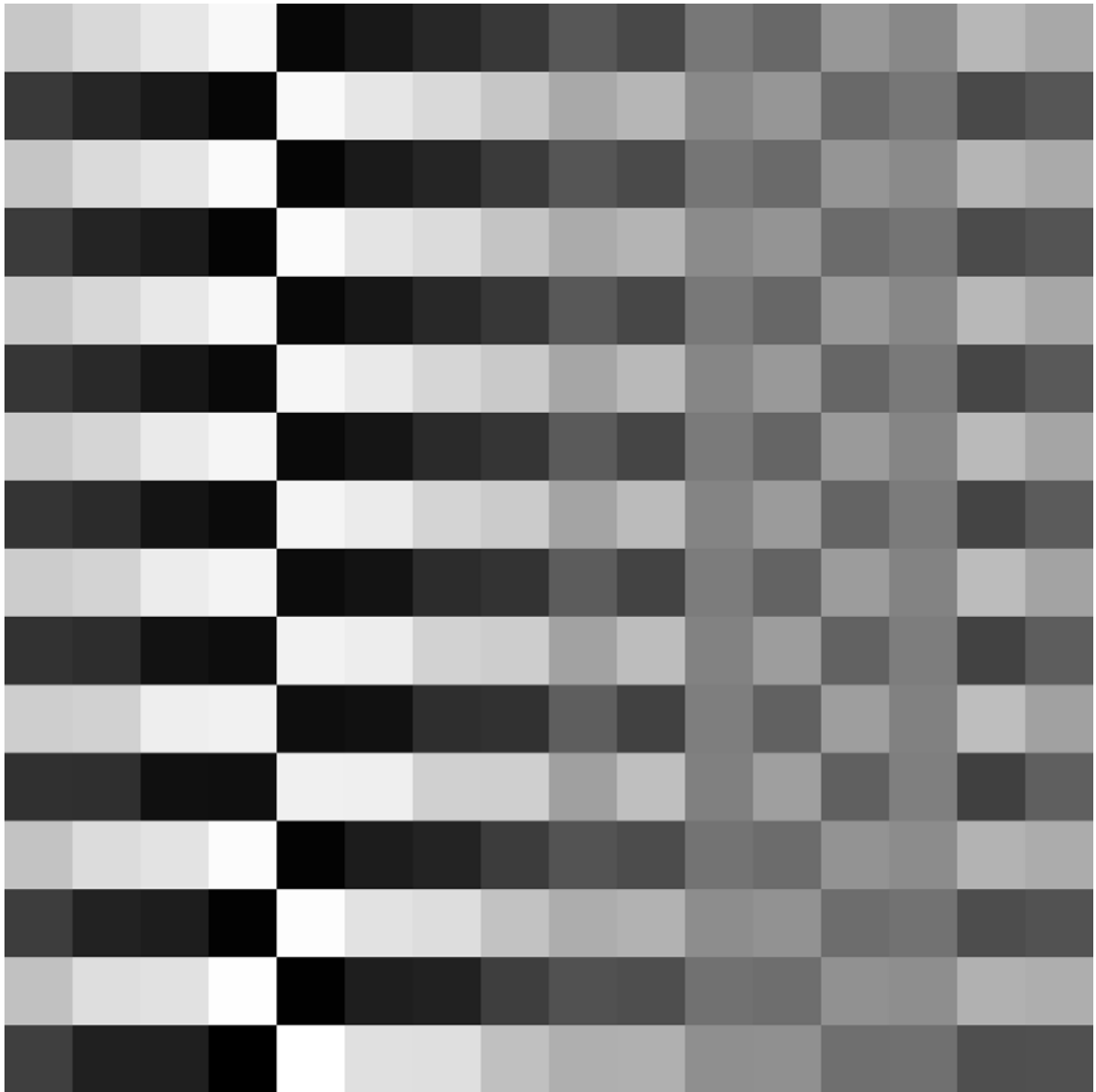
Korrektur 1, R-Kanal



Korrektur 1, G-Kanal

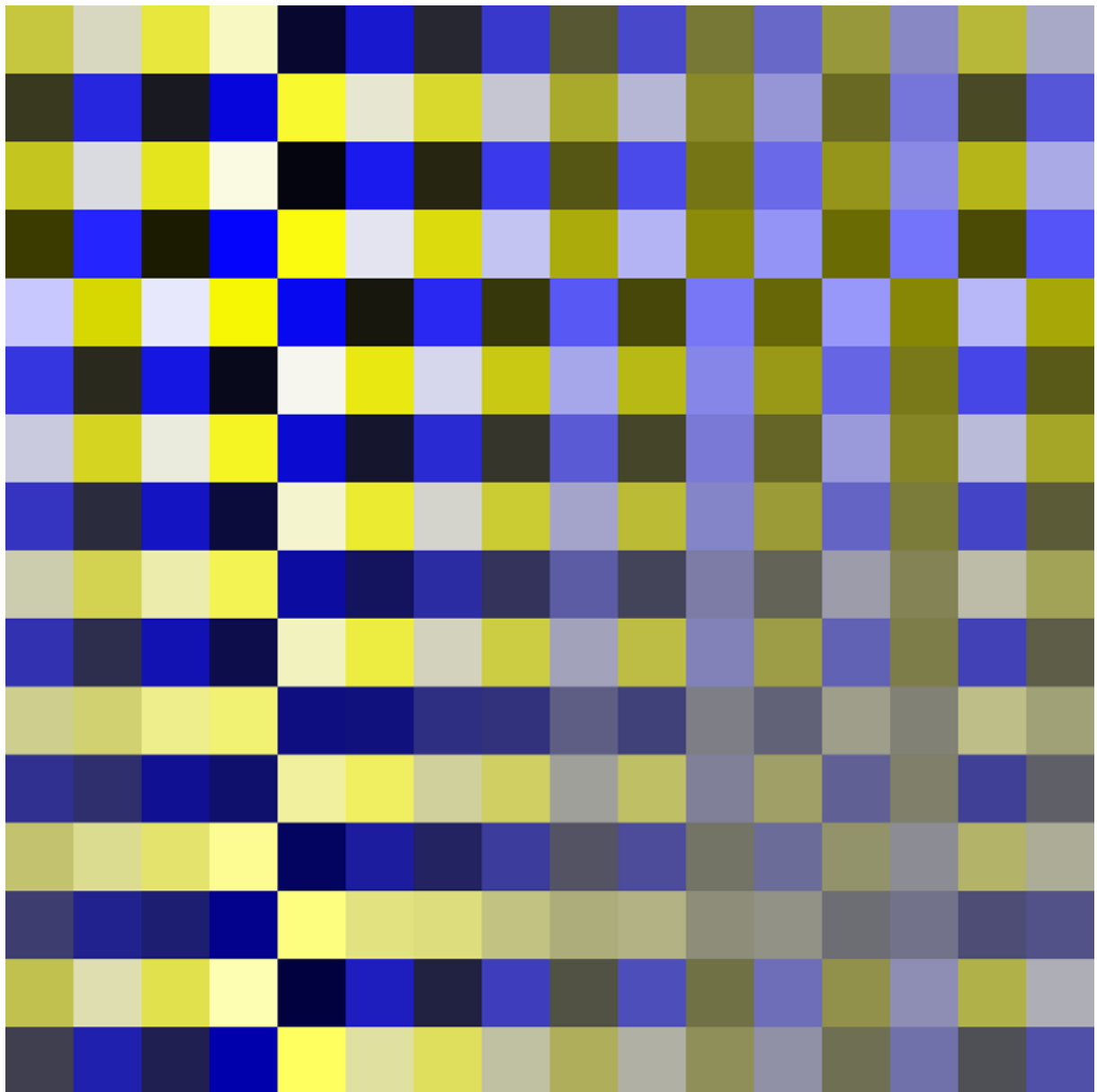


Korrektur 1, B-Kanal

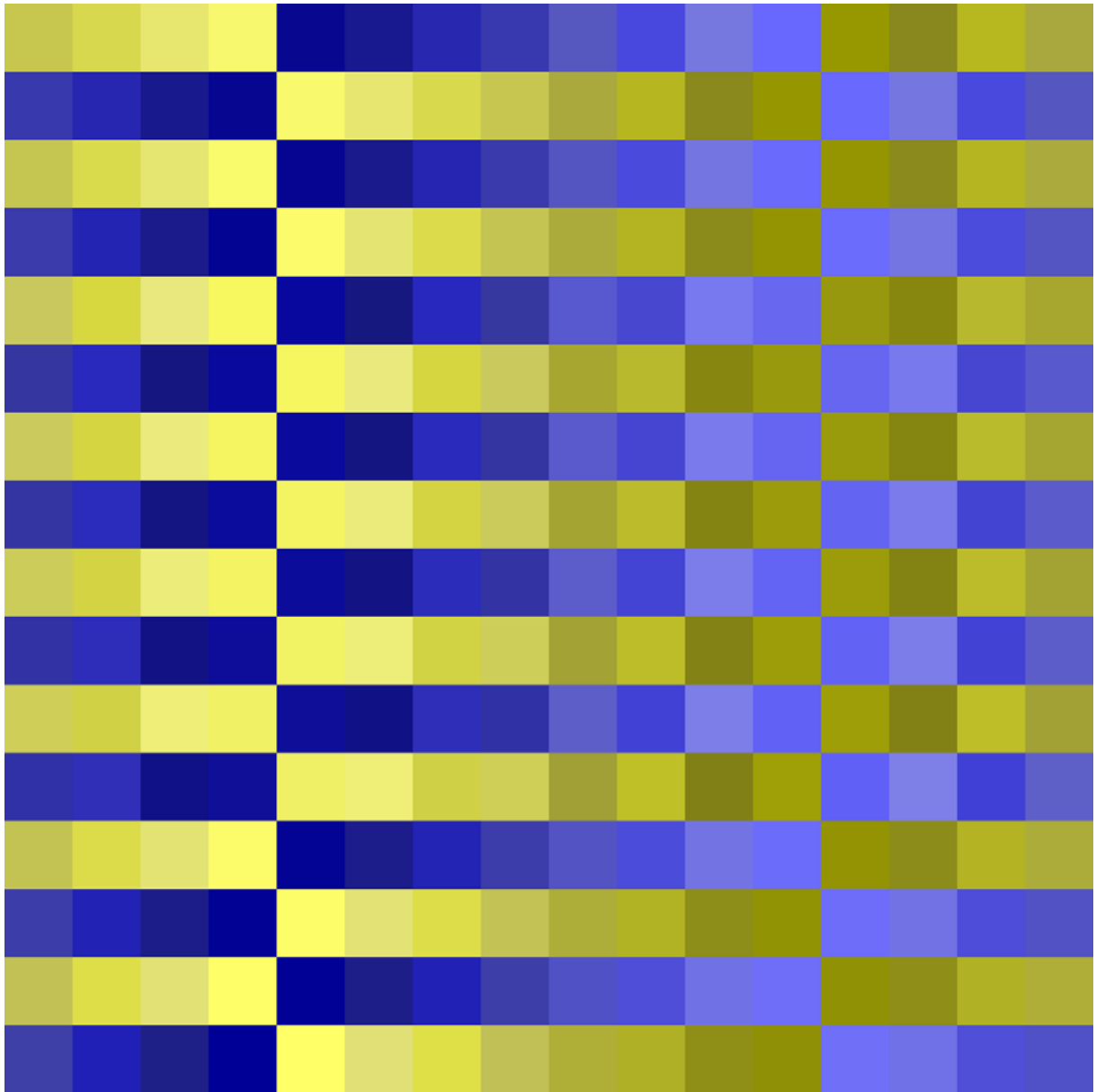


64 Möglichkeiten die Kanäle zusammenzustellen.

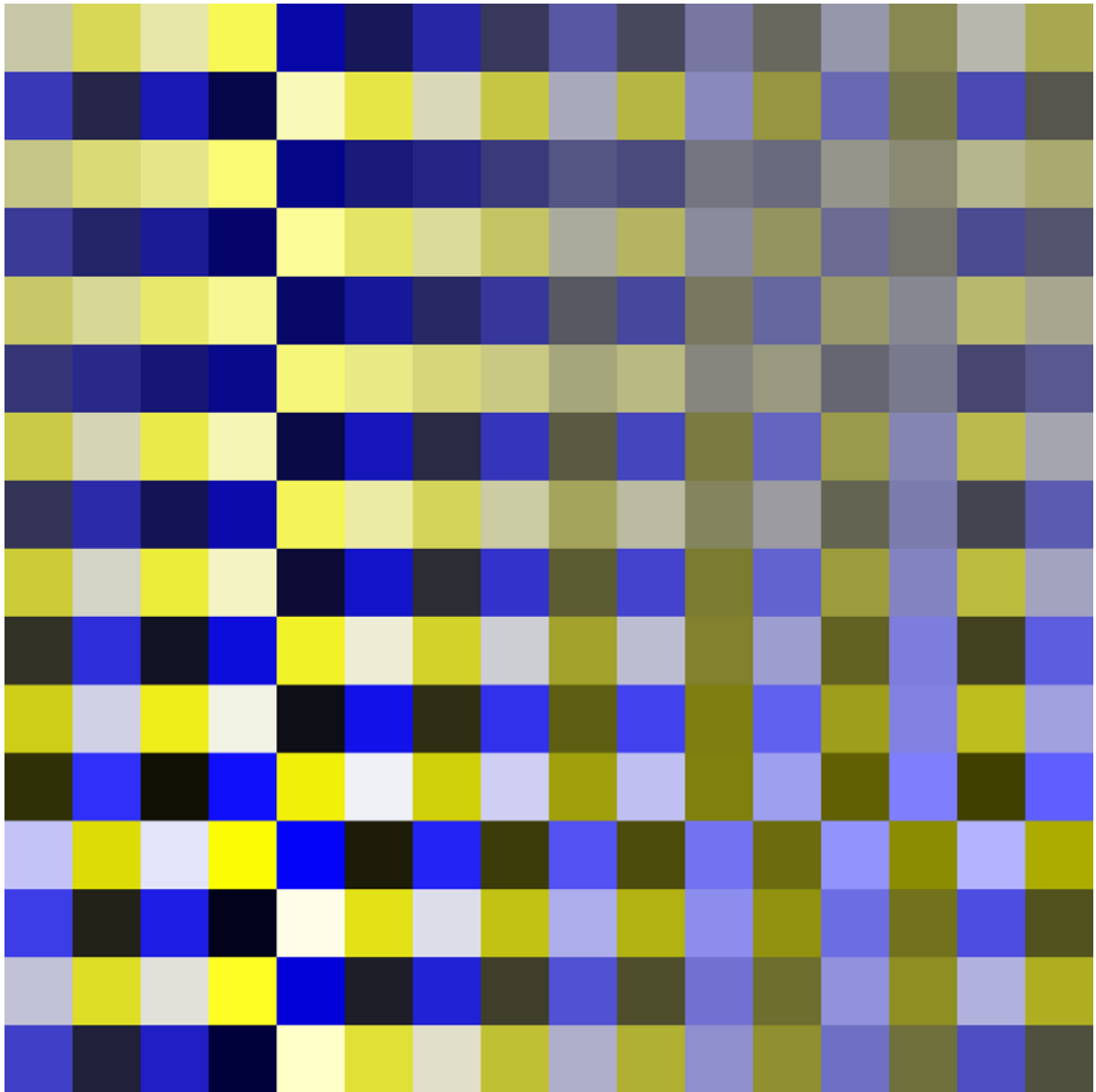
1. die Entsprechung in 256 Grautönen



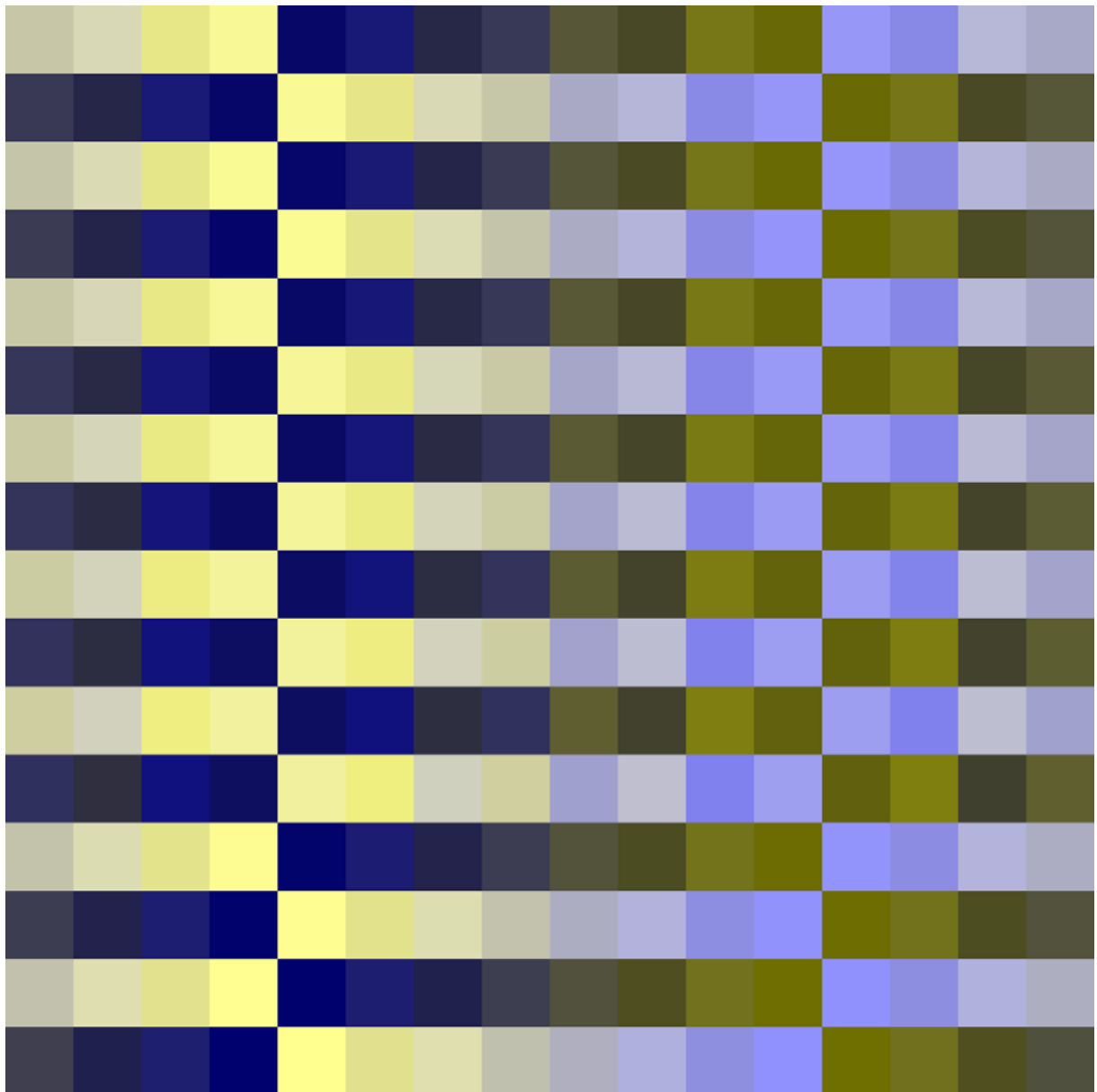
2 R
 G
 B 90° gedreht



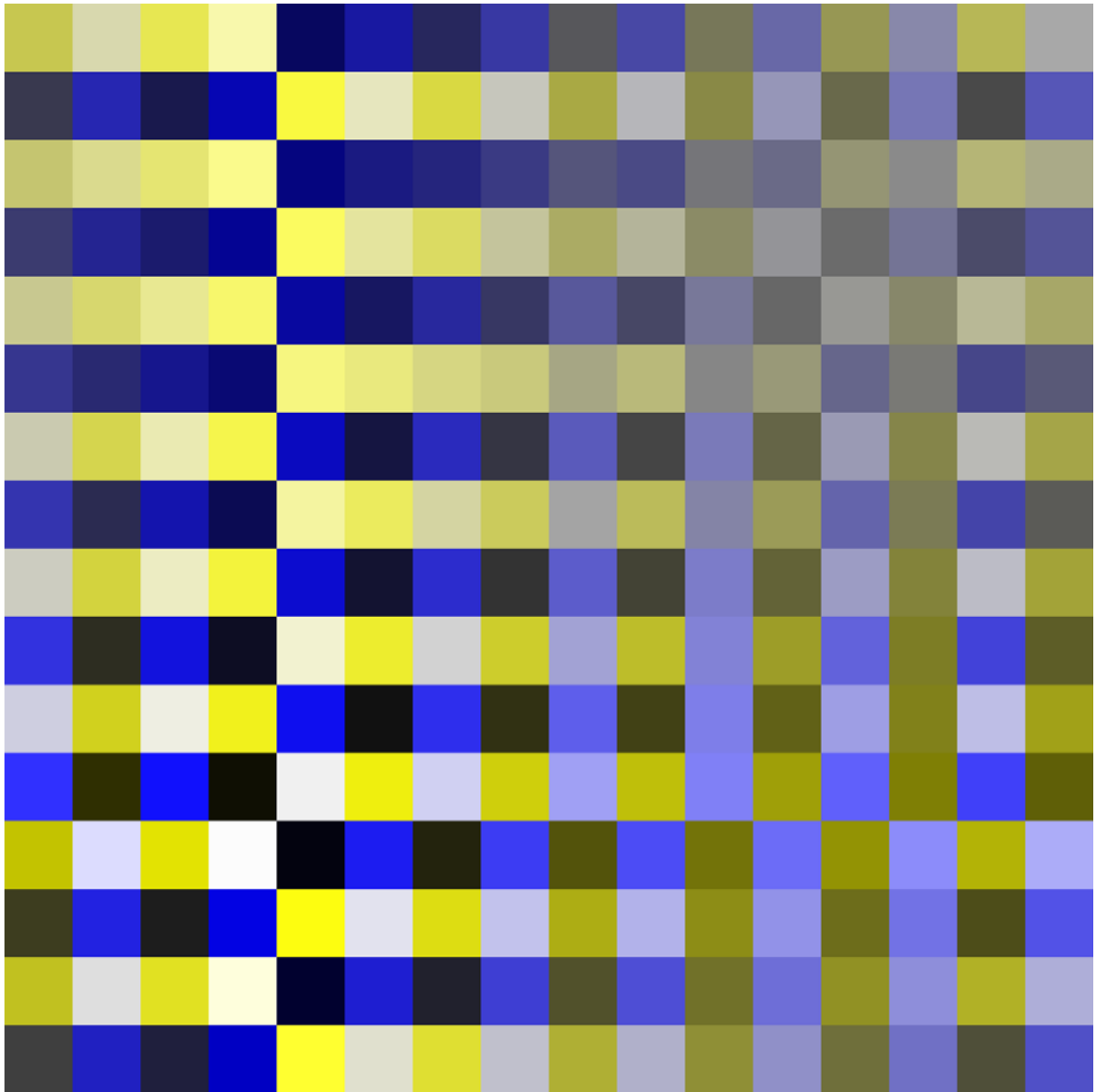
3 R
 G
 B 180° gedreht



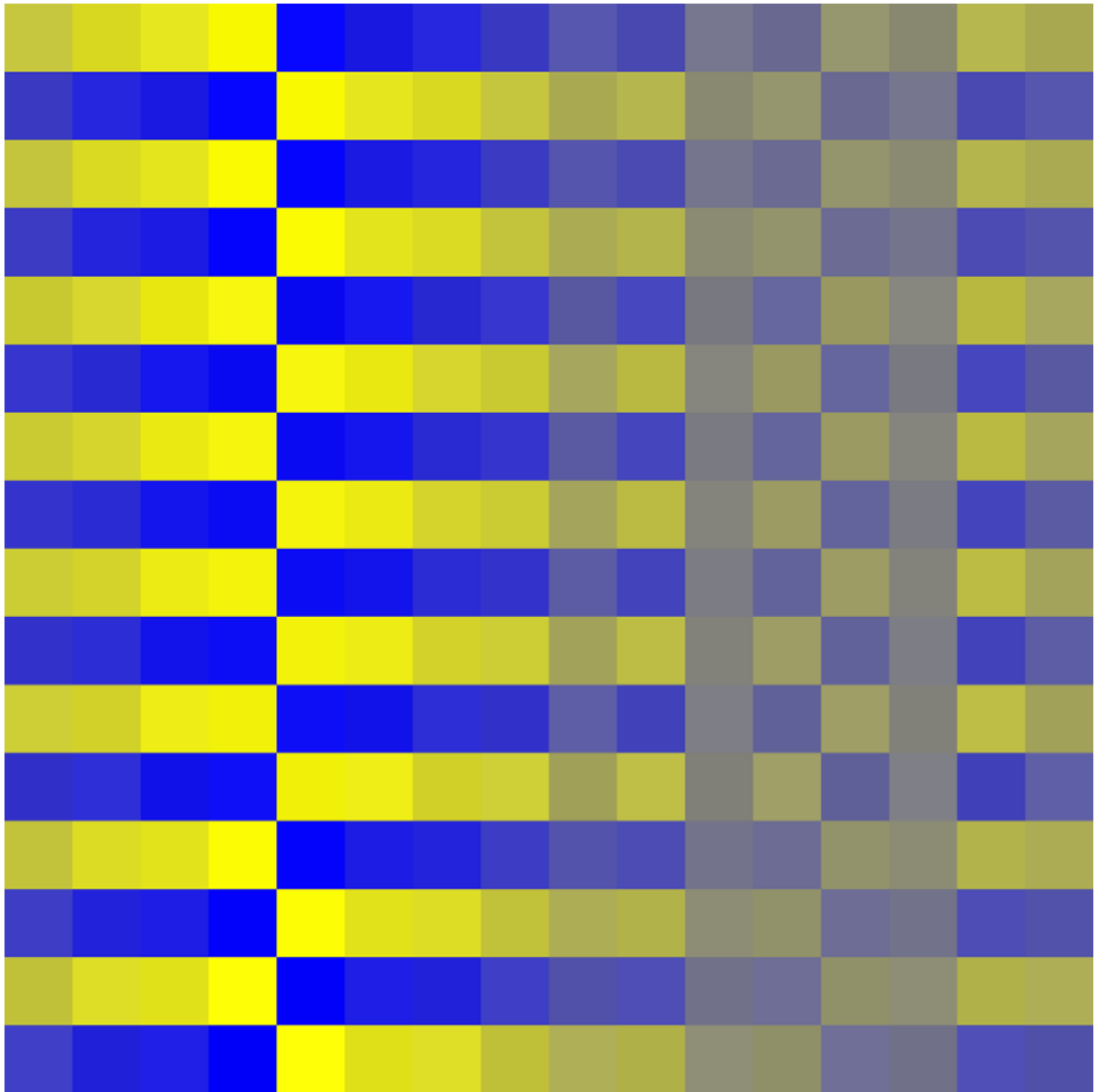
4 R
G
B 270° gedreht



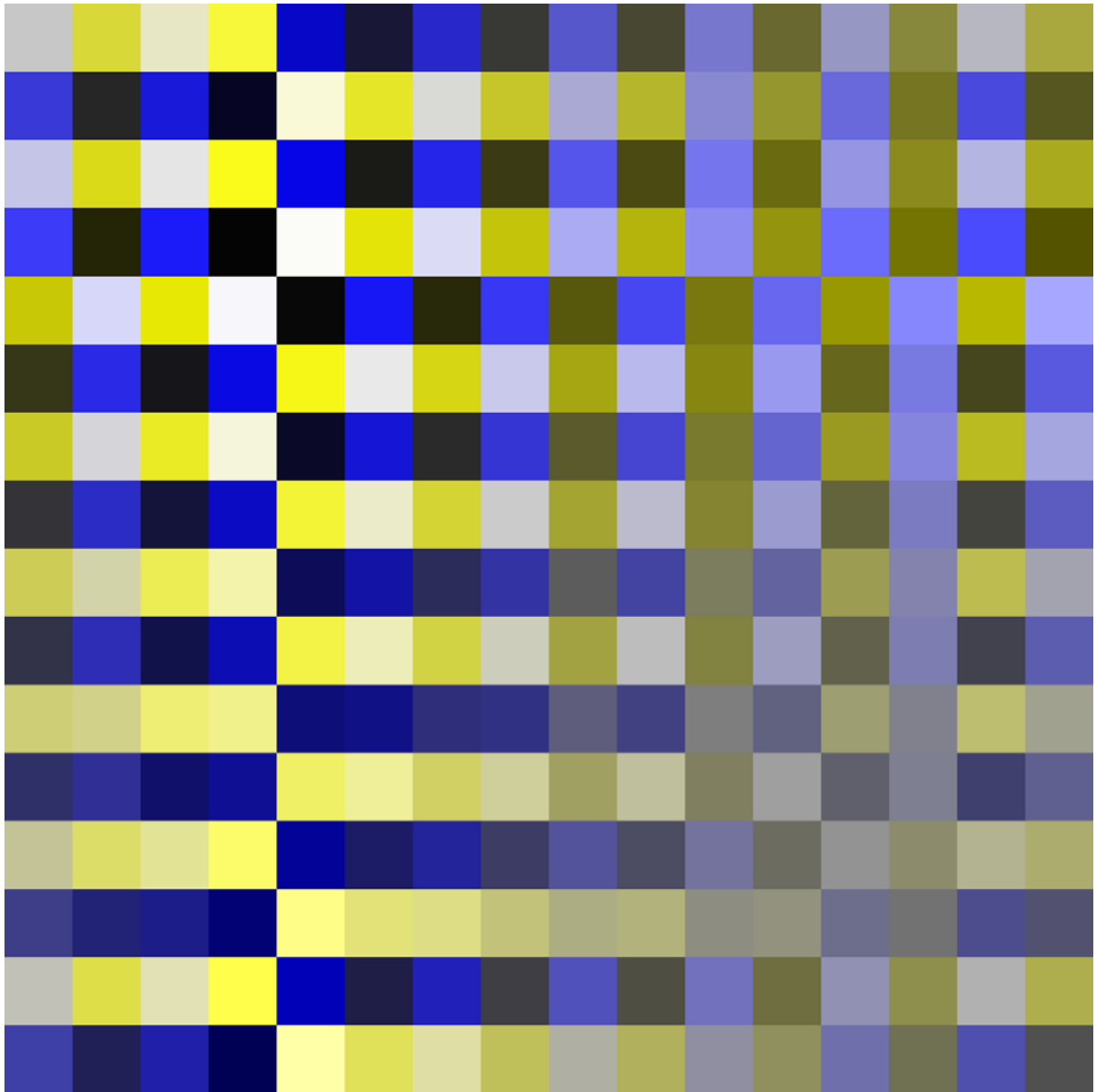
5 R
G
B Spiegelung



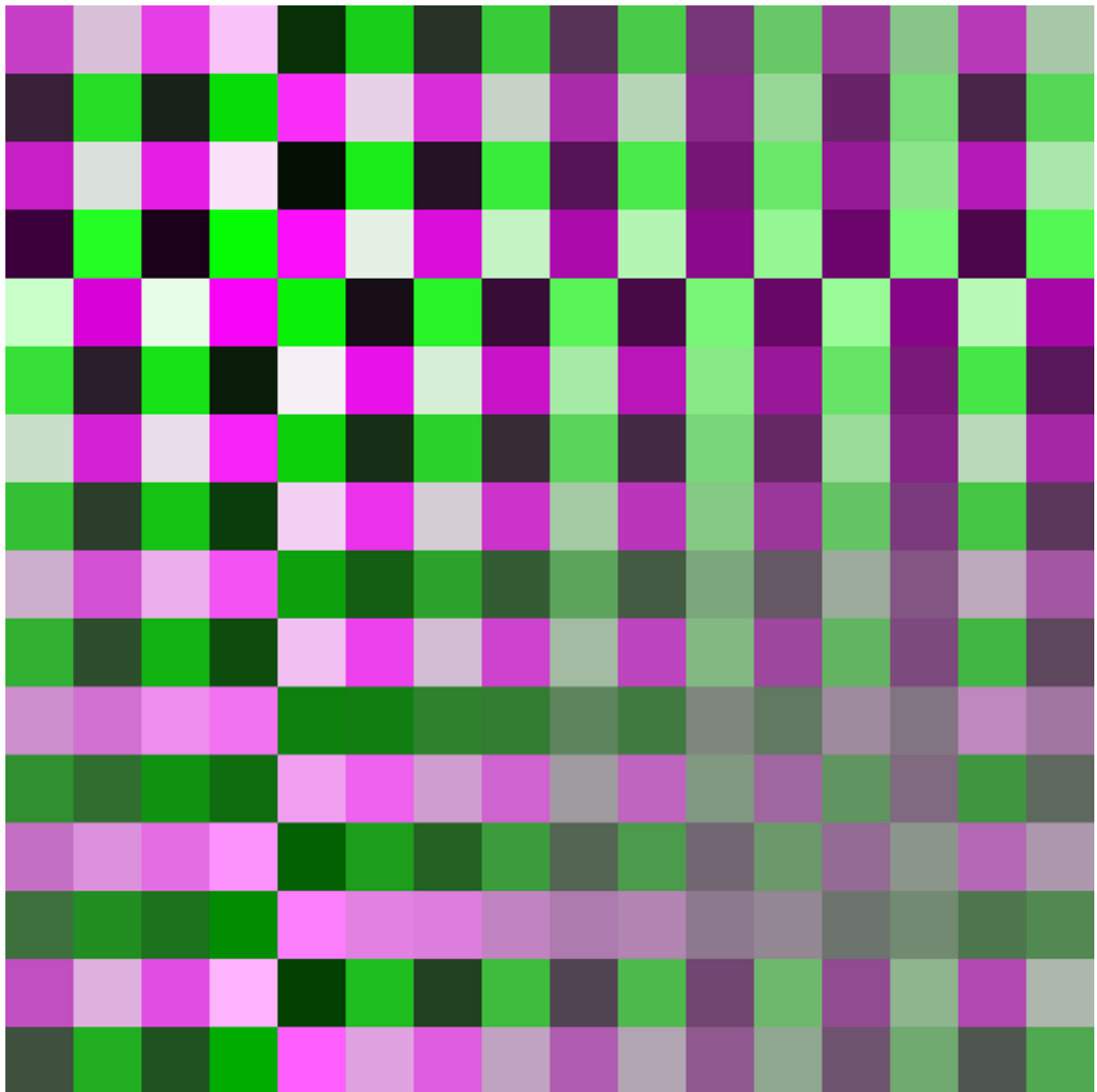
6 R
G
B Spiegelung um 90° gedreht



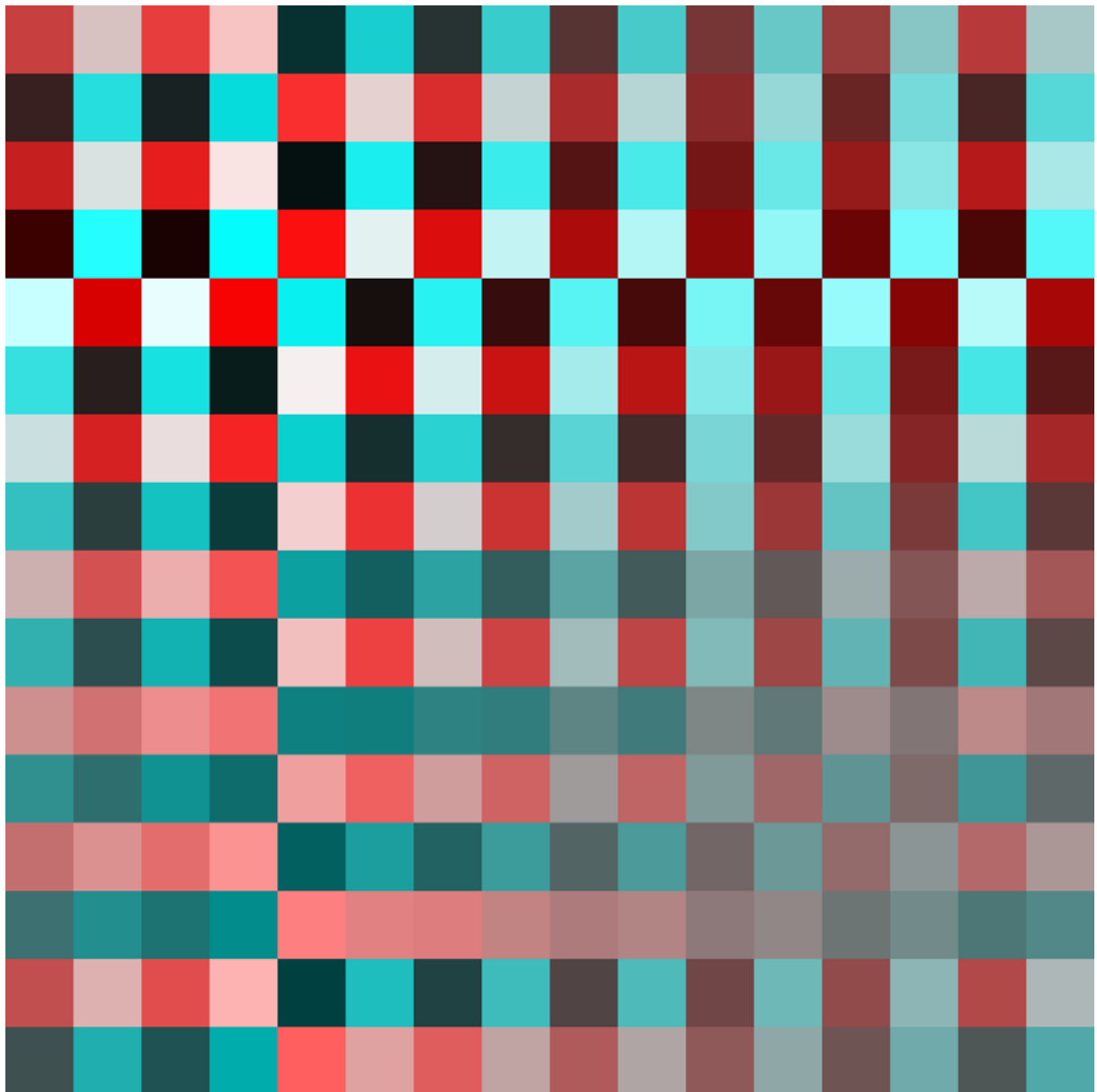
7 R
G
B Spiegelung um 180° gedreht



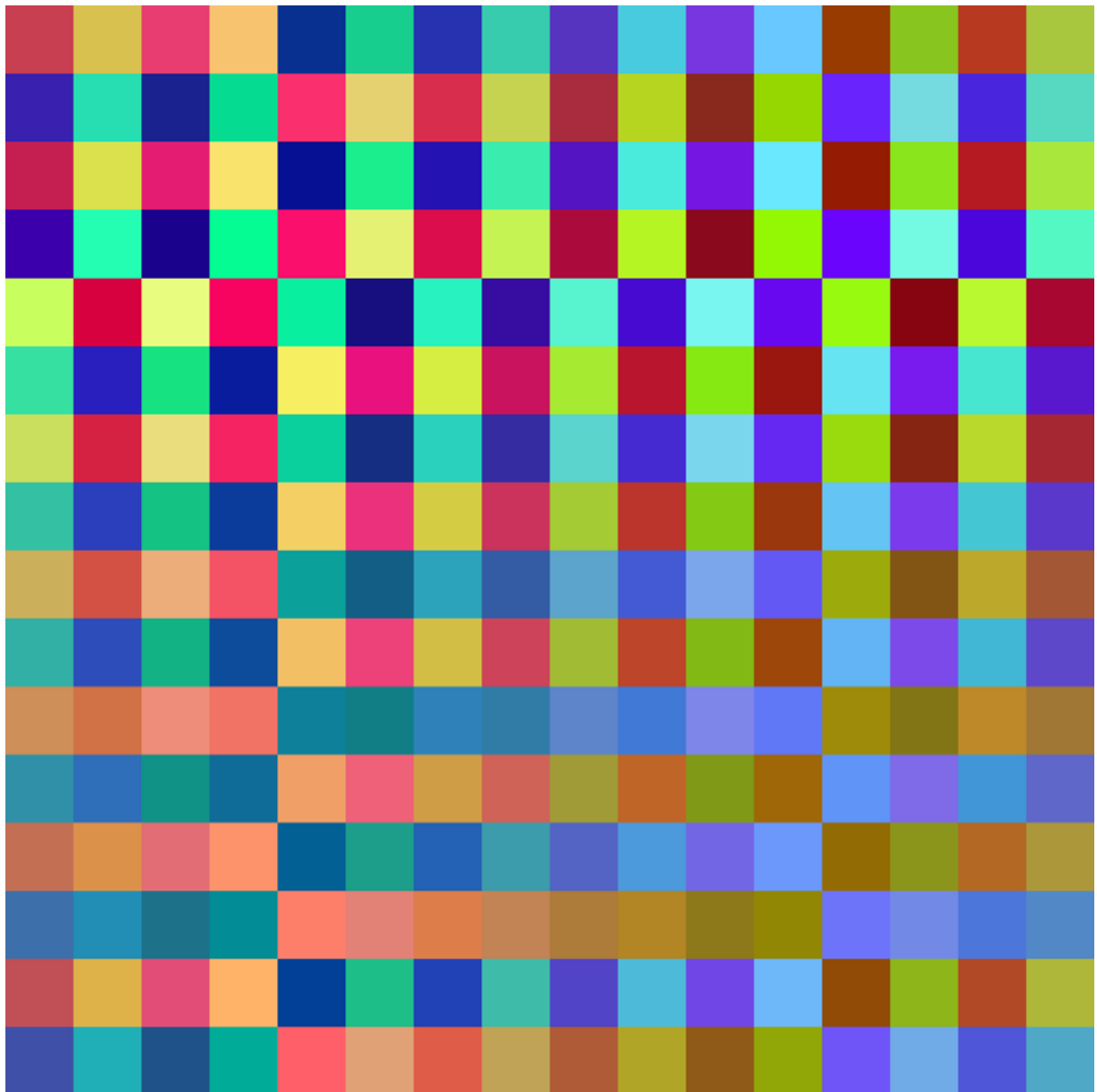
8 R
G
B Spiegelung um 270° gedreht



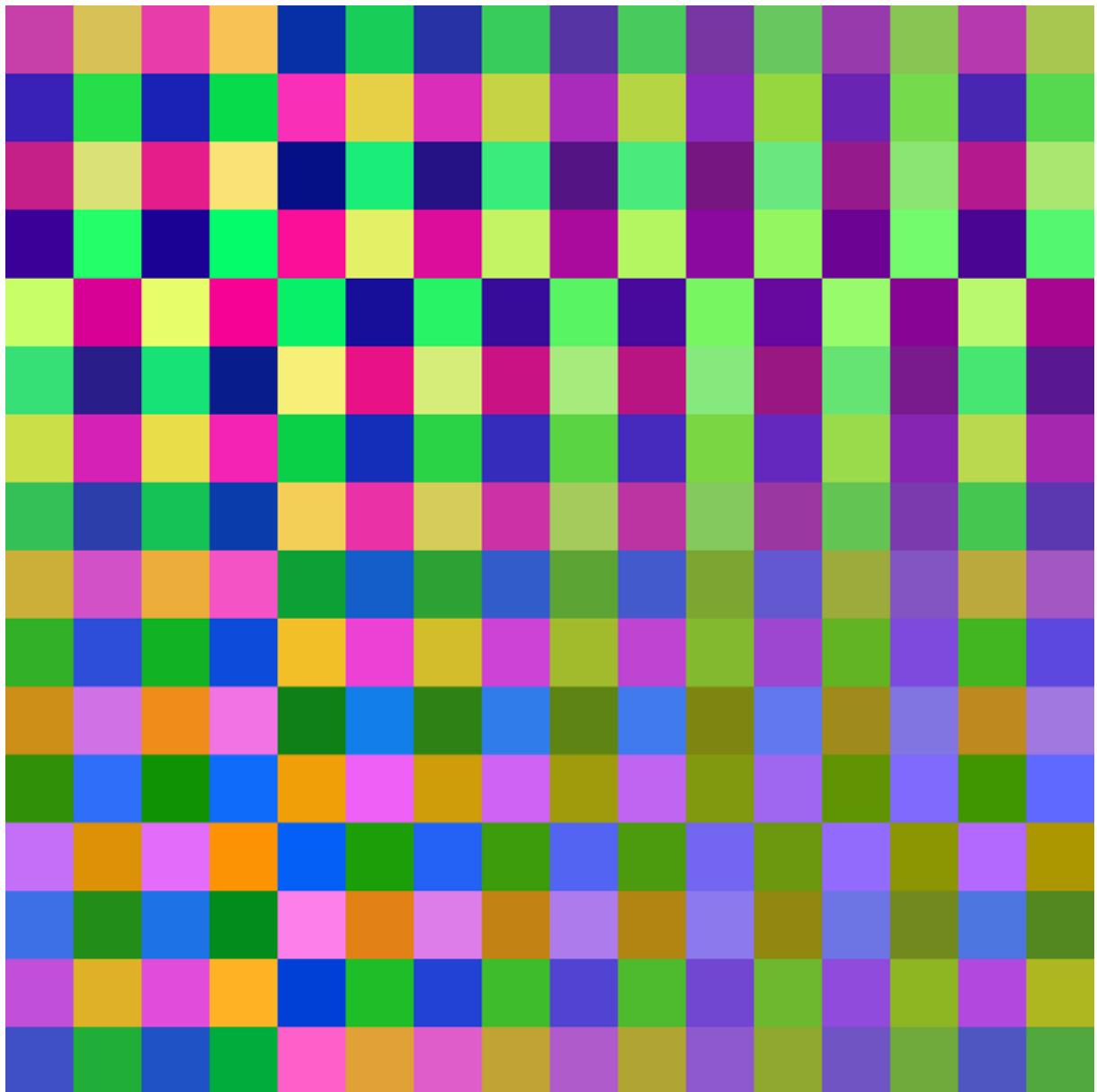
9 R
 G 90° gedreht
 B



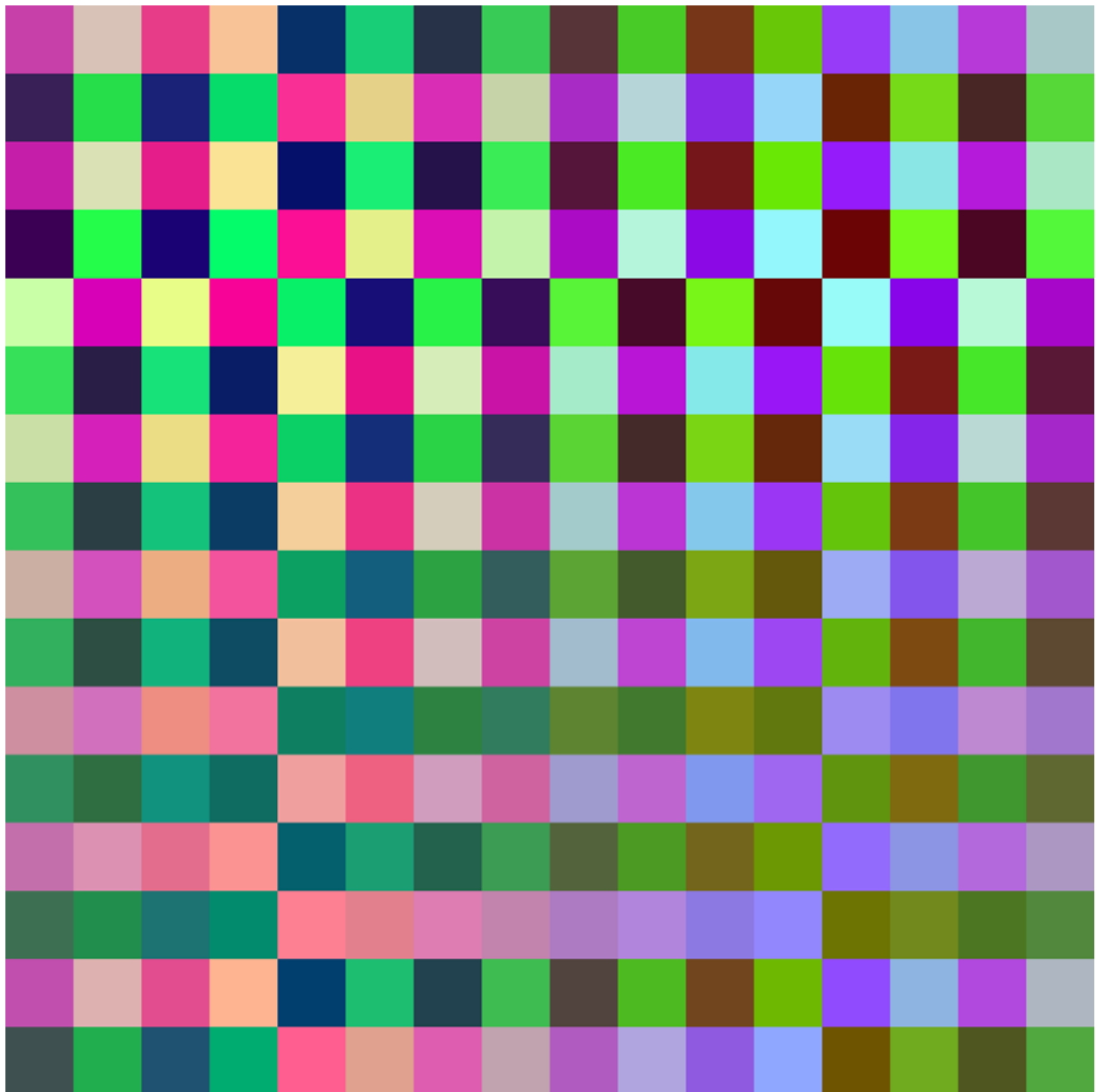
10 R
G 90° gedreht
B 90° gedreht



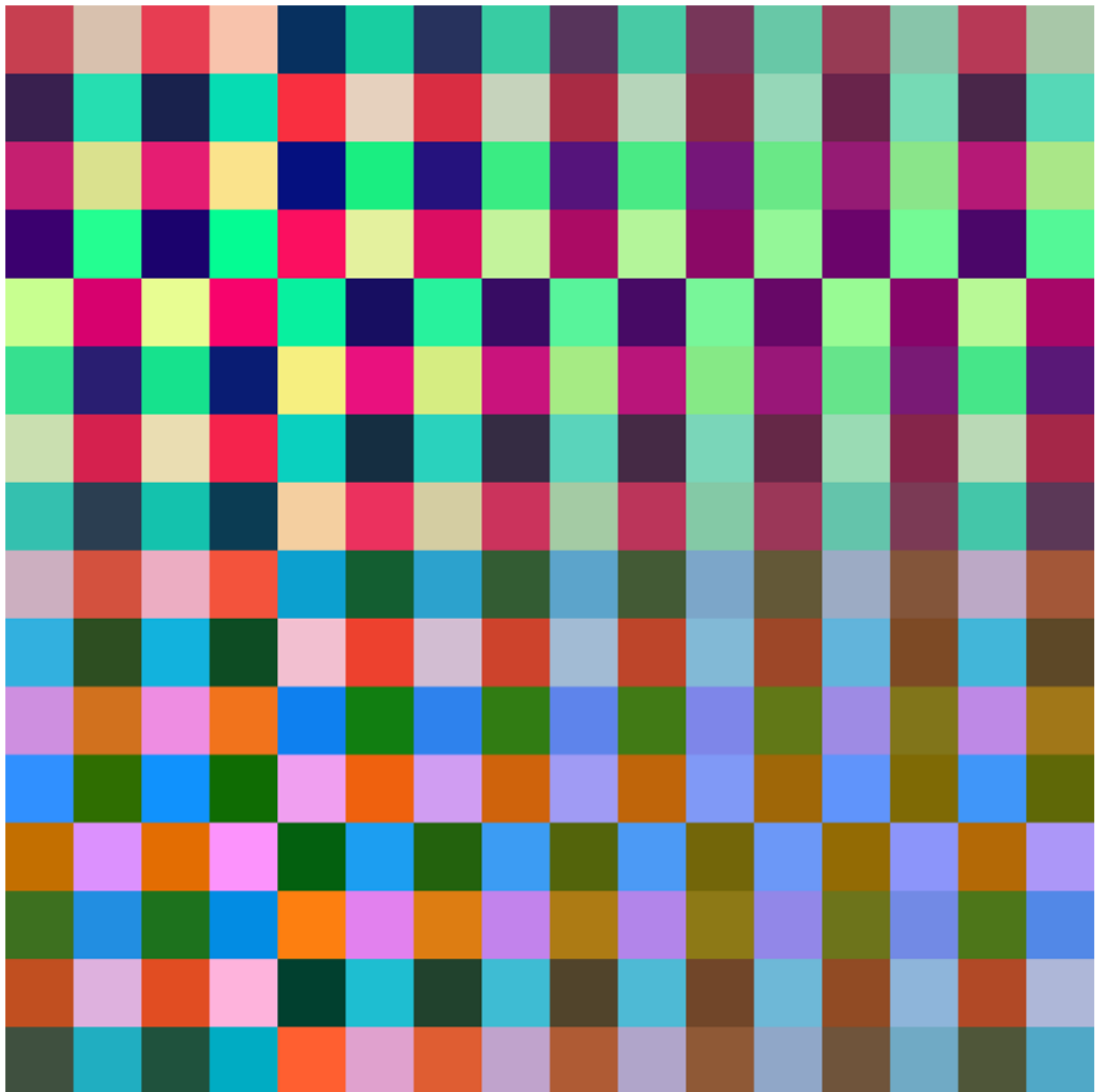
11 R
 G 90° gedreht
 B 180° gedreht



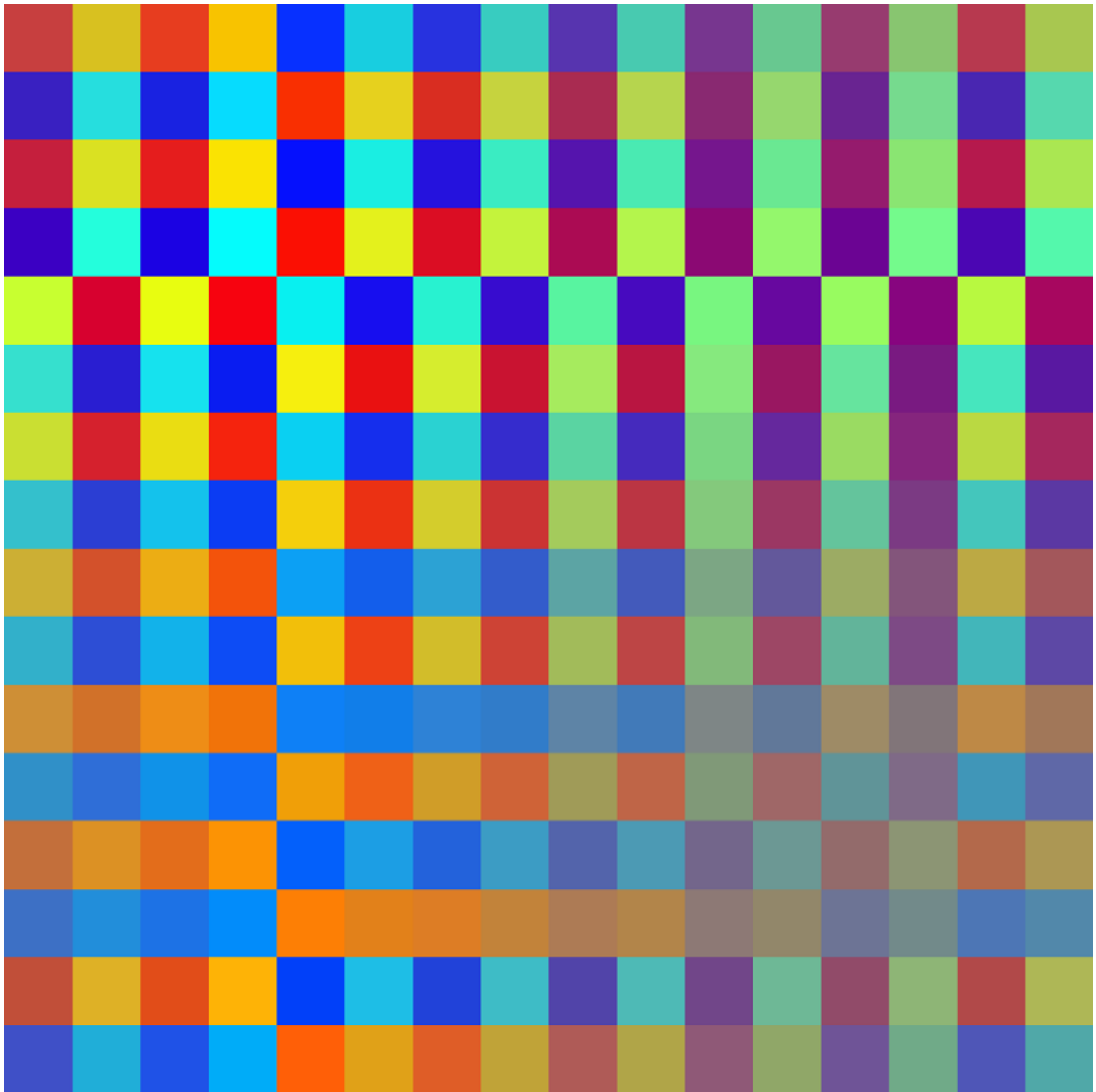
12 R
G 90° gedreht
B 270° gedreht



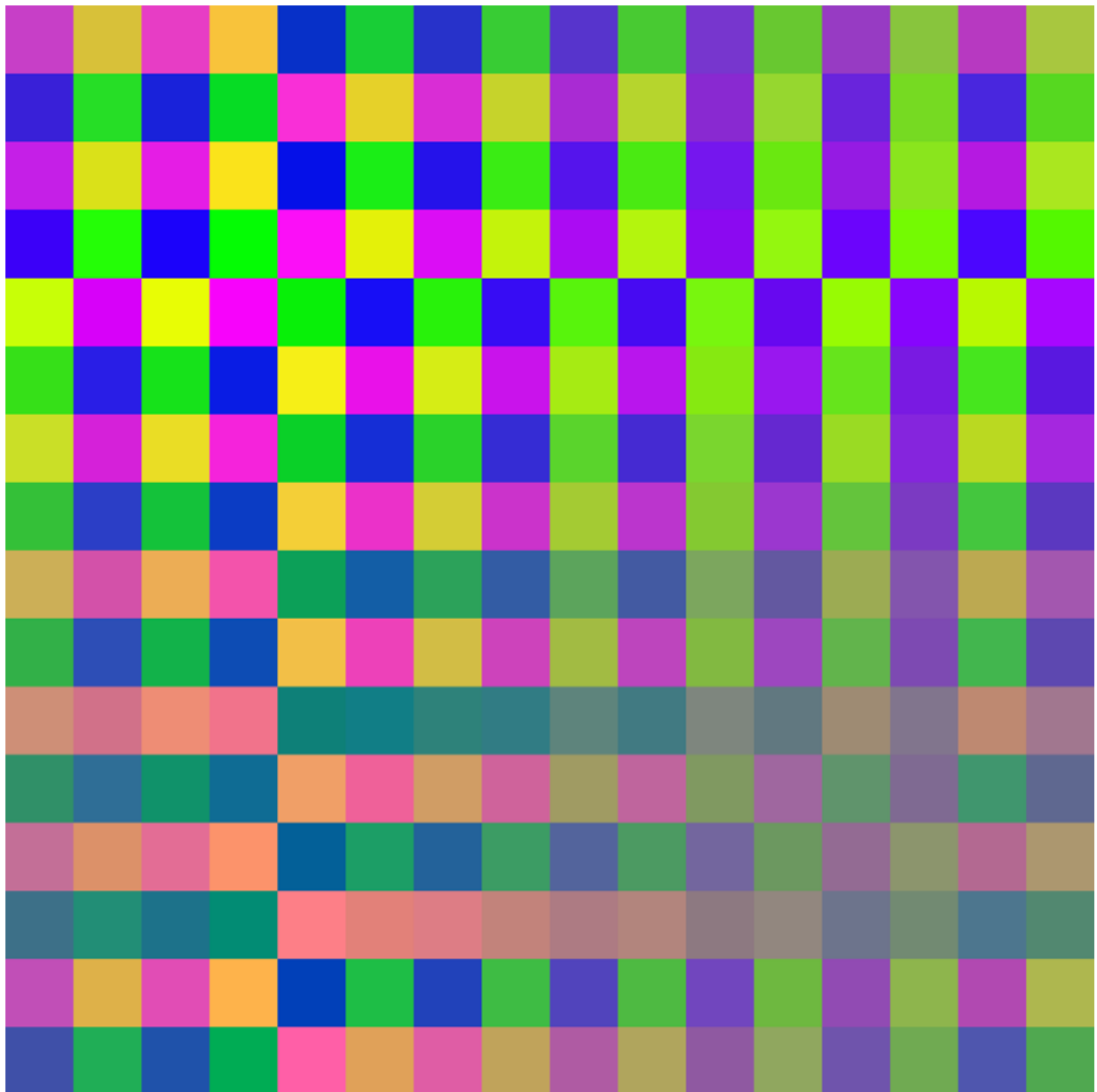
13 R
G 90° gedreht
B Spiegelung



- 14 R
 G 90° gedreht
 B Spiegelung um 90° gedreht



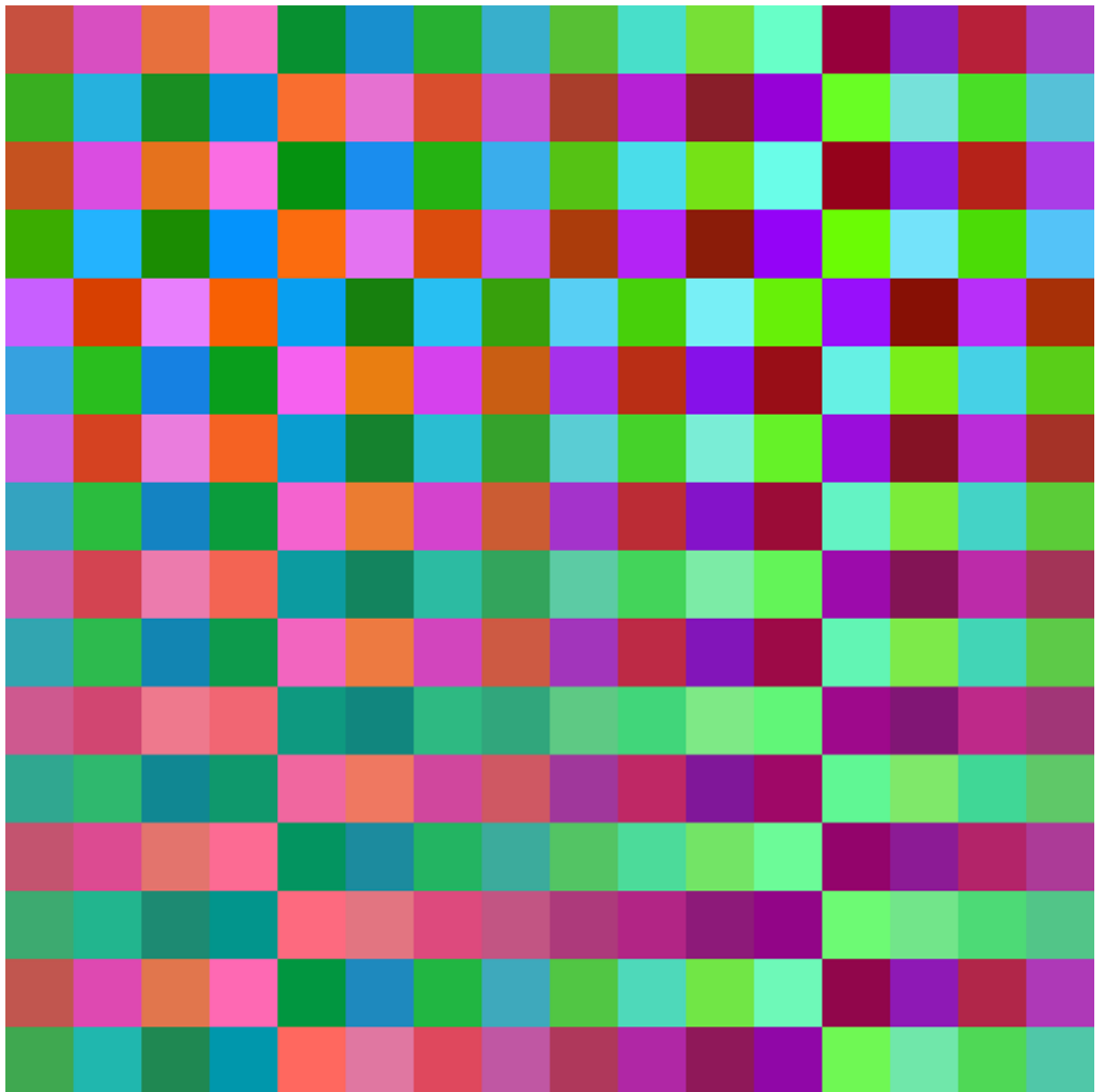
15 R
 G 90° gedreht
 B Spiegelung um 180° gedreht



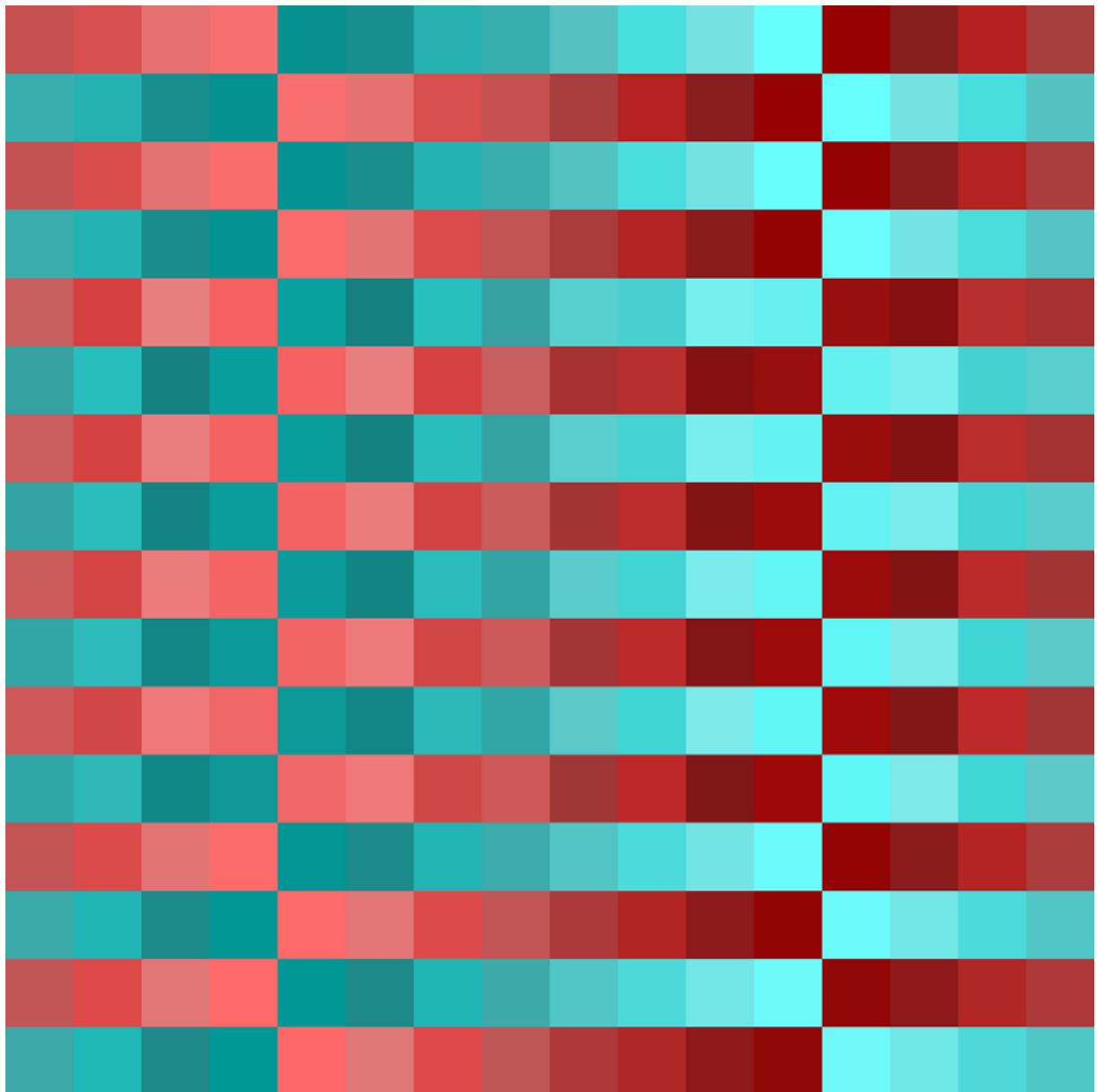
- 16 R
 G 90° gedreht
 B Spiegelung um 270° gedreht



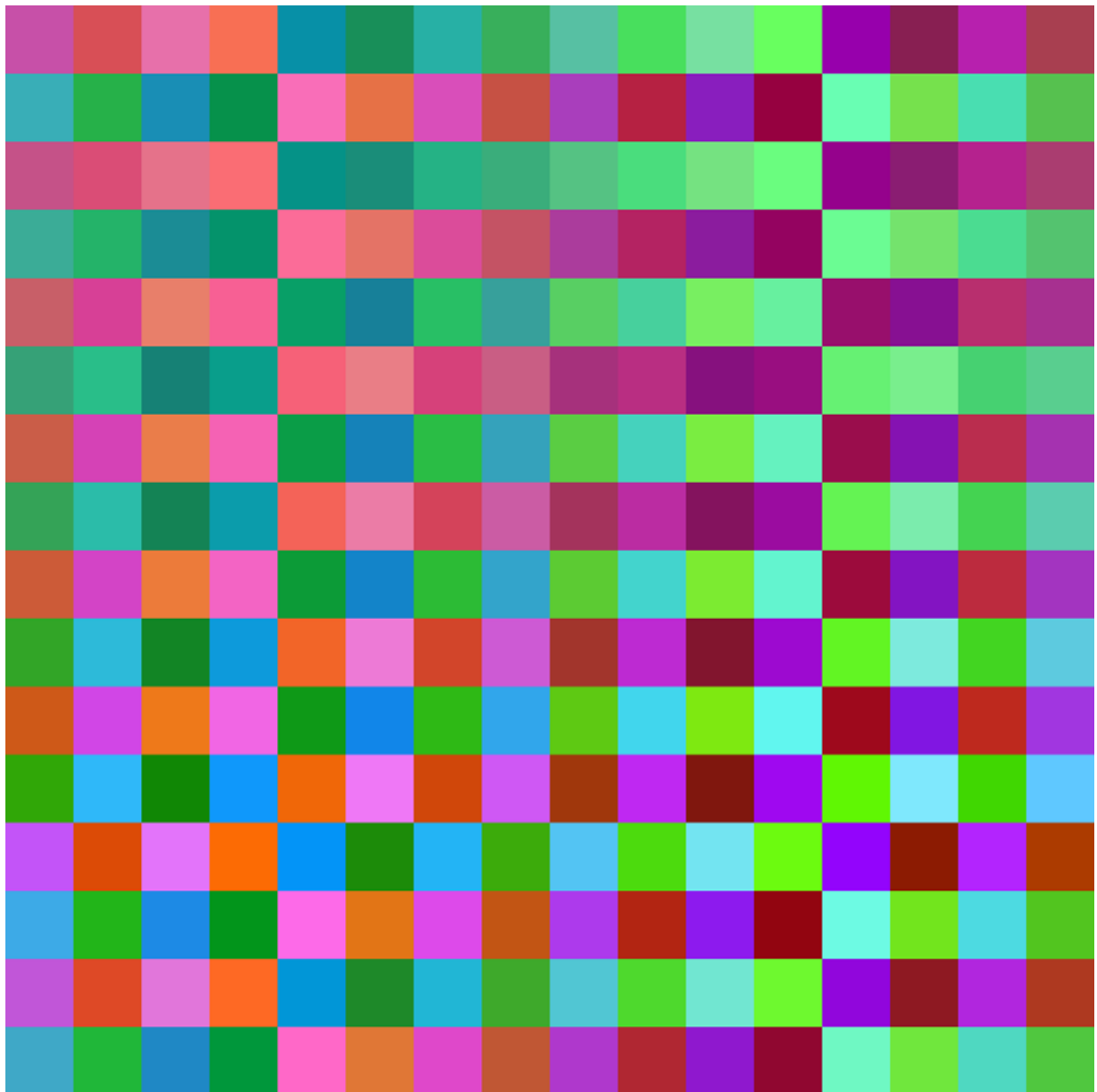
17 R
 G 180° gedreht
 B



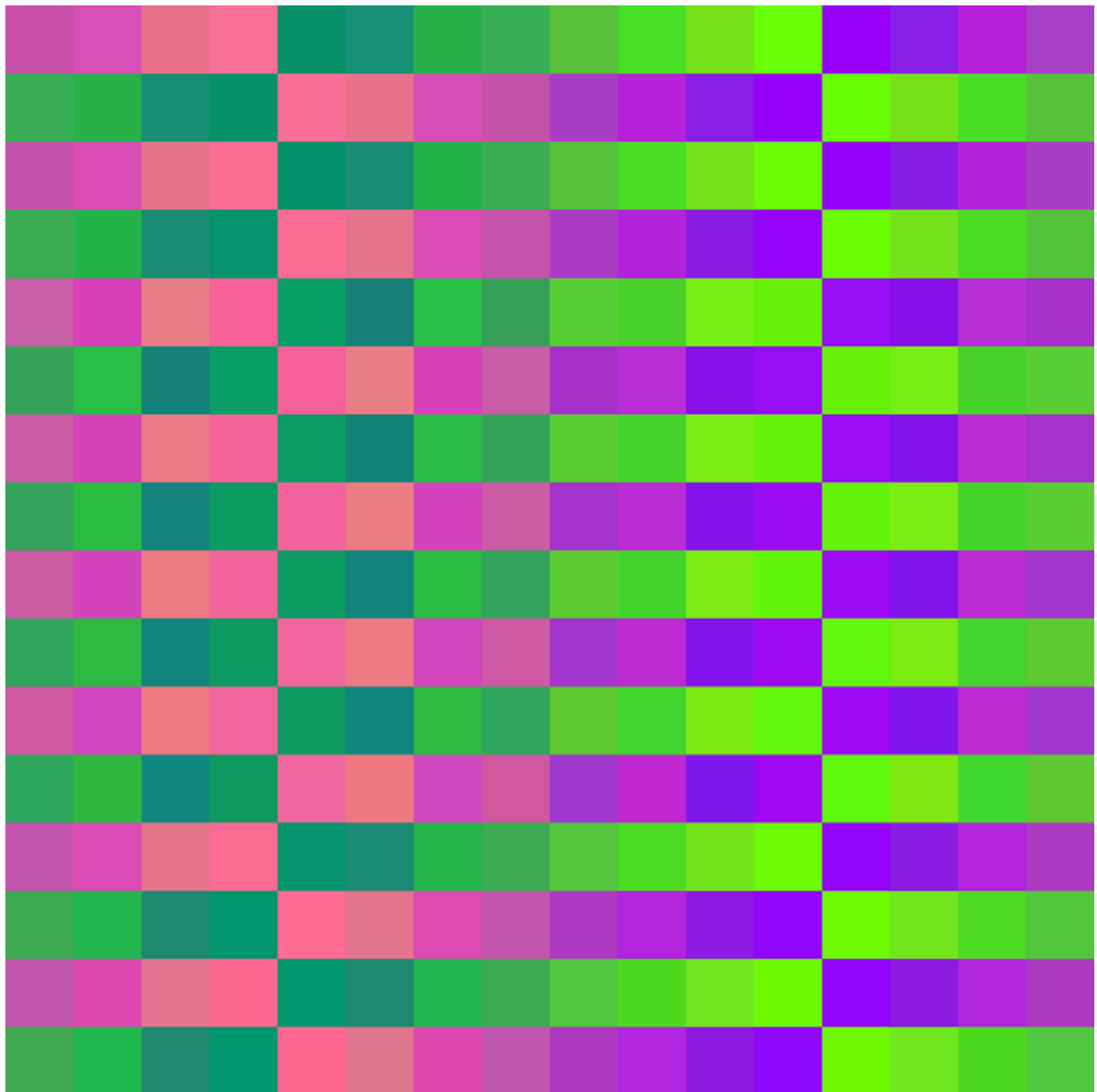
18 R
G 180° gedreht
B 90° gedreht



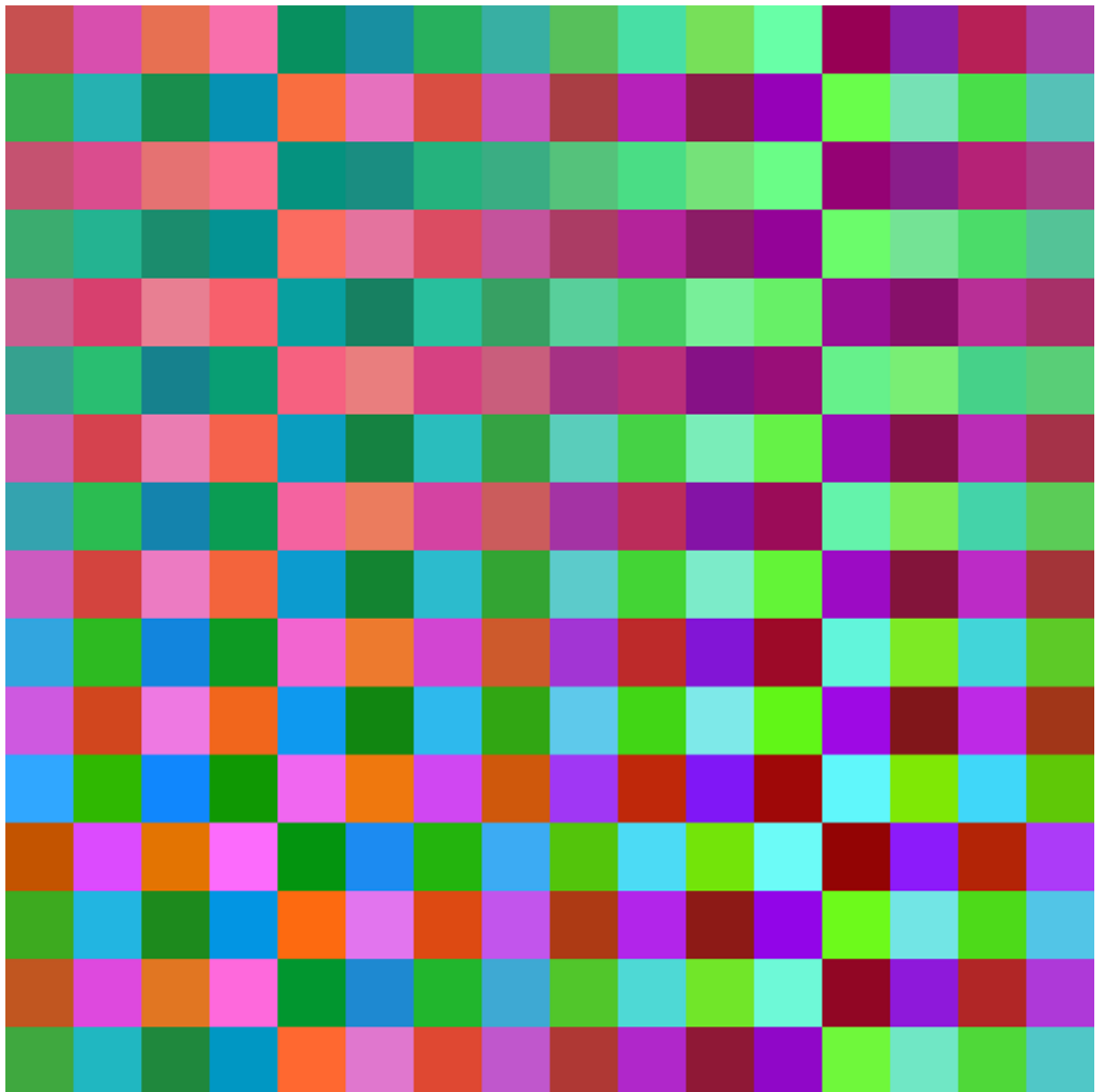
19 R
 G 180° gedreht
 B 180° gedreht



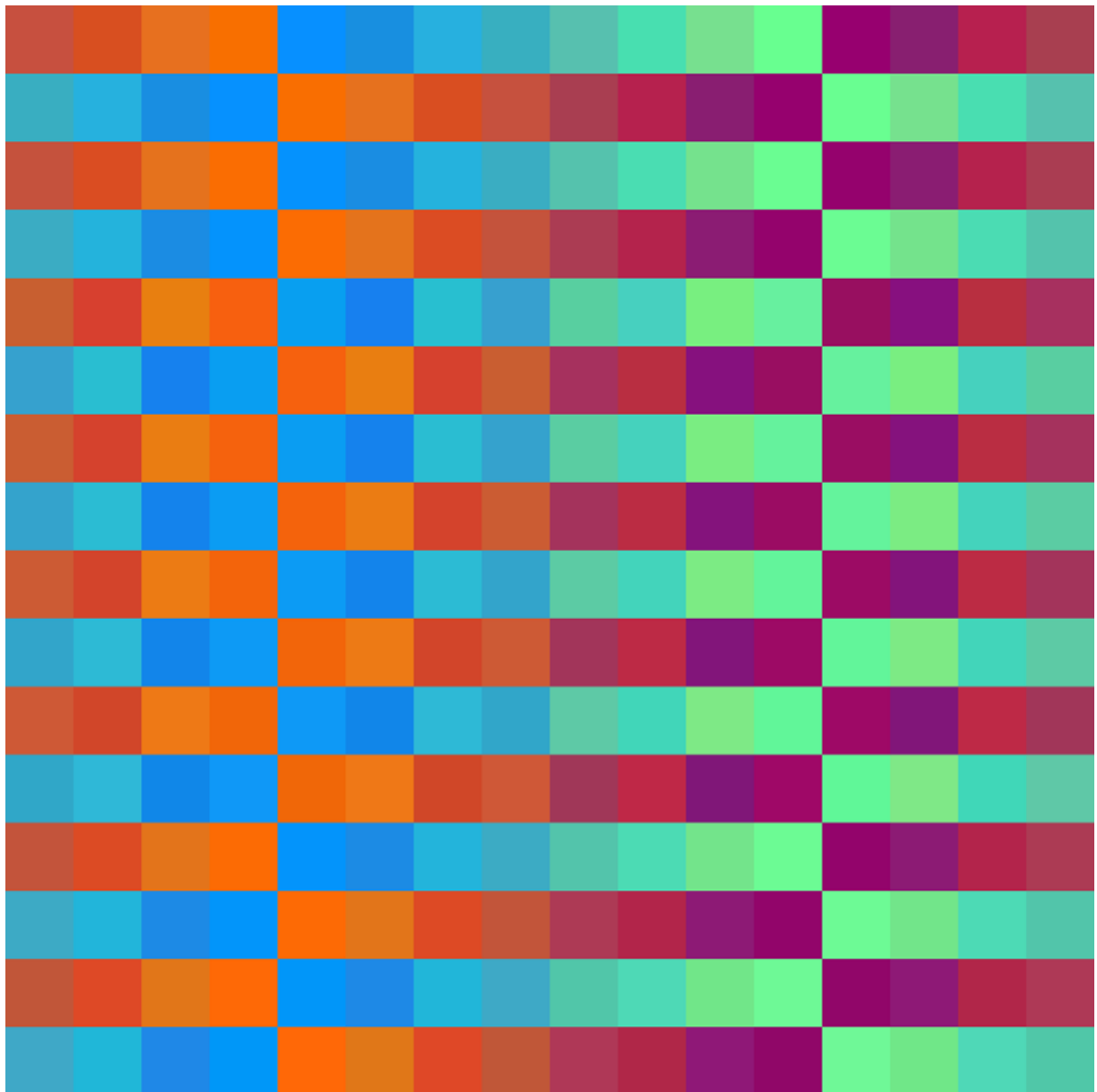
20 R
G 180° gedreht
B 270° gedreht



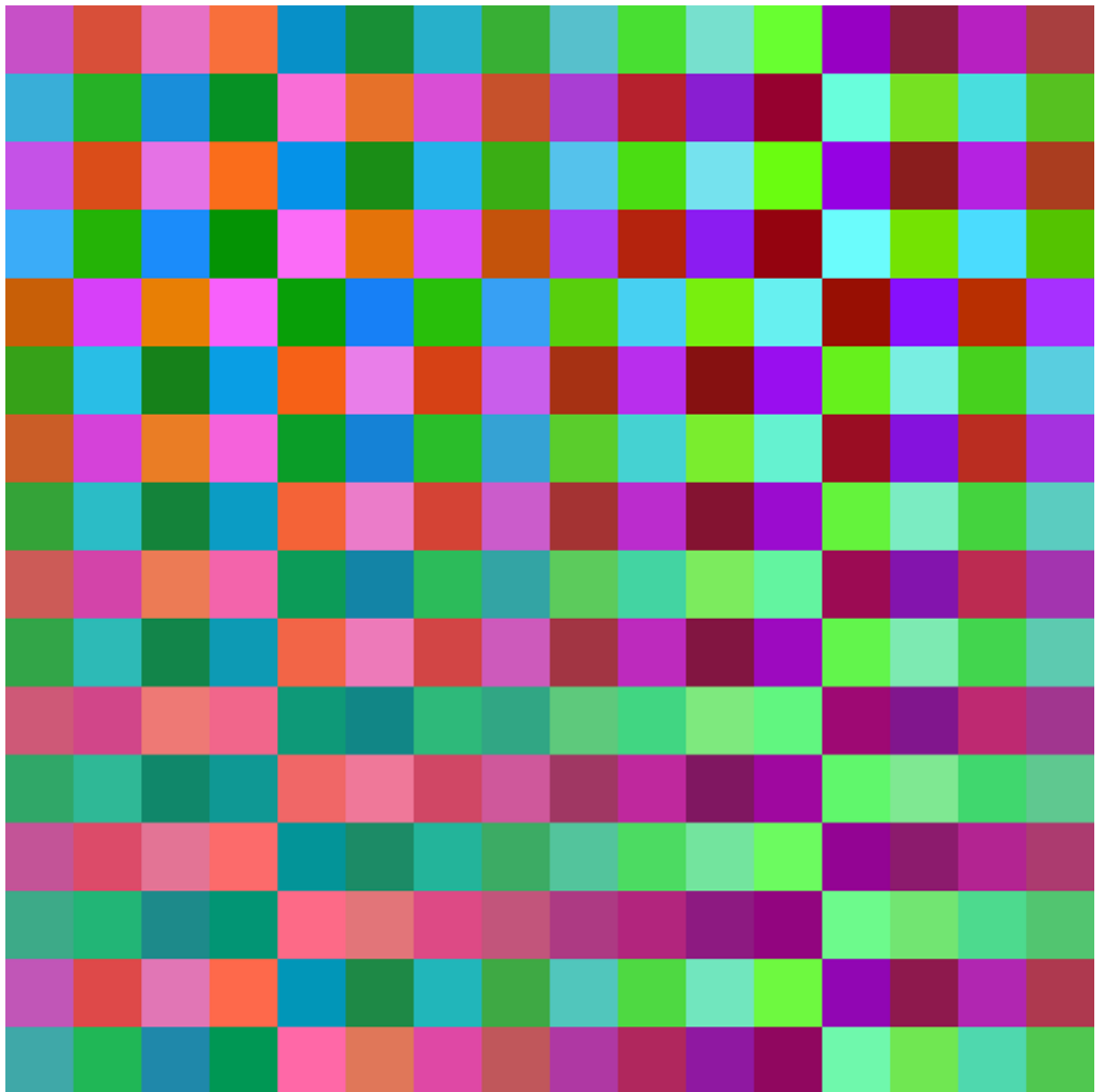
21 R
G 180° gedreht
B Spiegelung



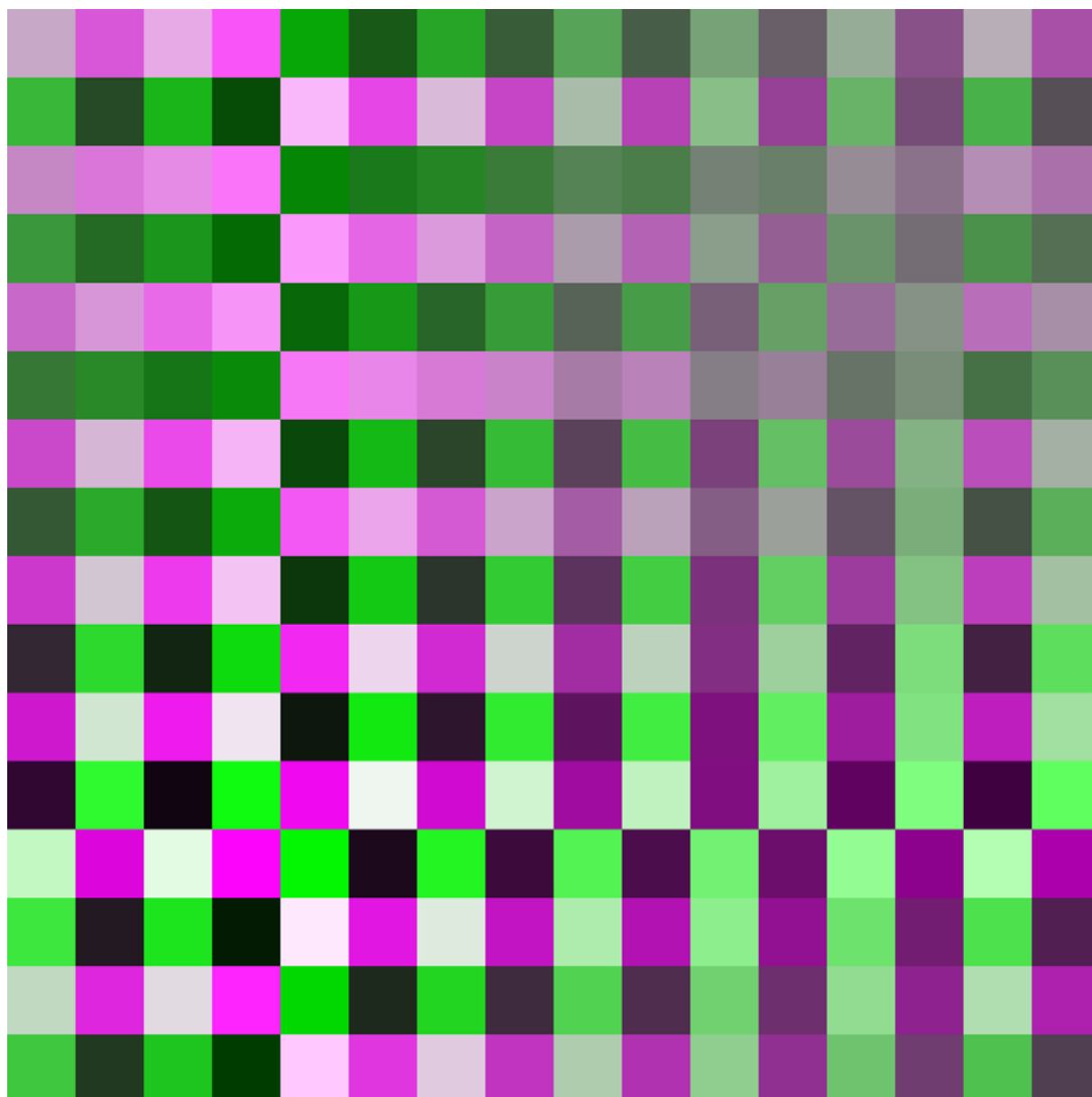
22 R
 G 180° gedreht
 B Spiegelung um 90° gedreht



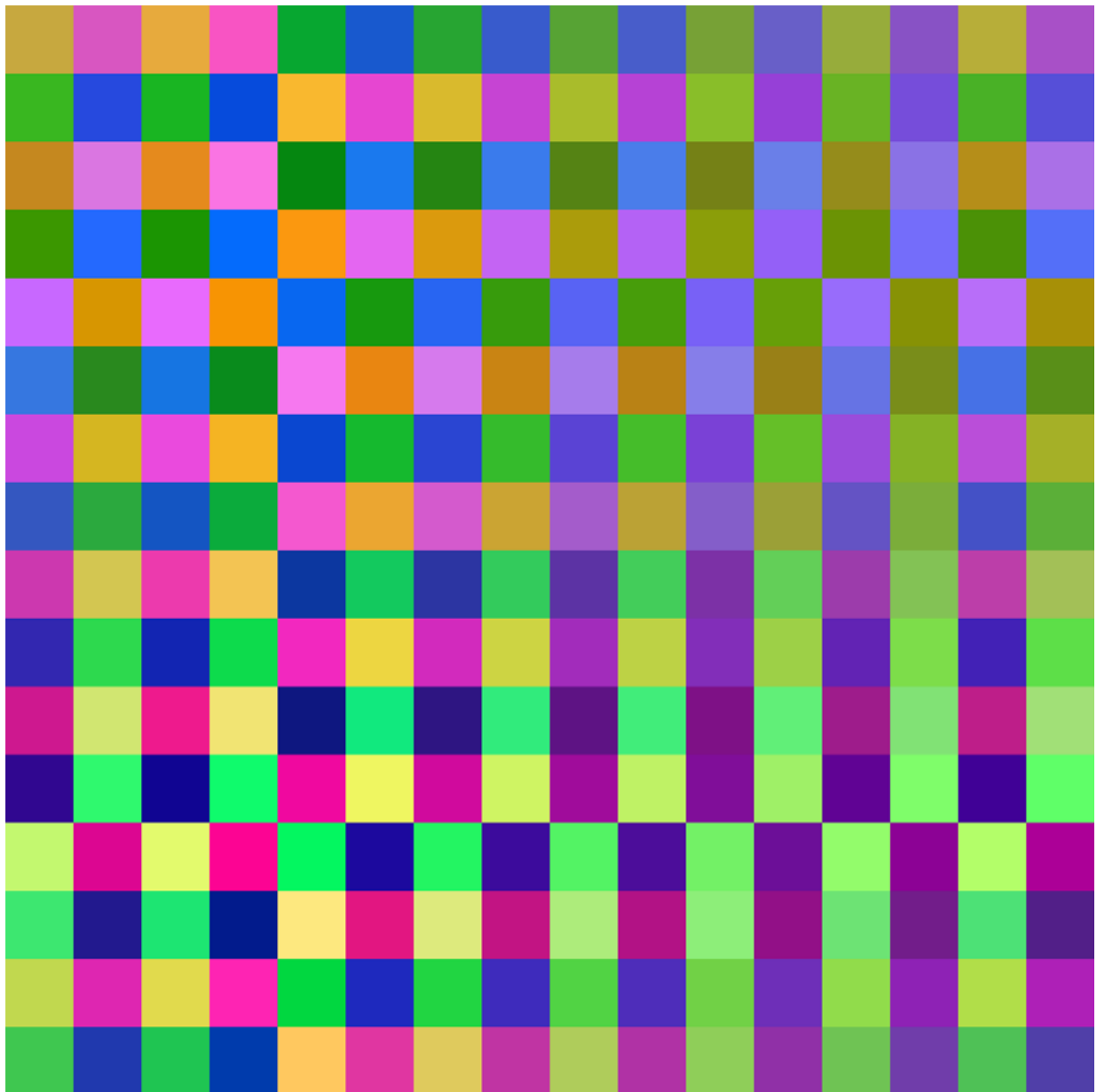
23 R
 G 180° gedreht
 B Spiegelung um 180° gedreht



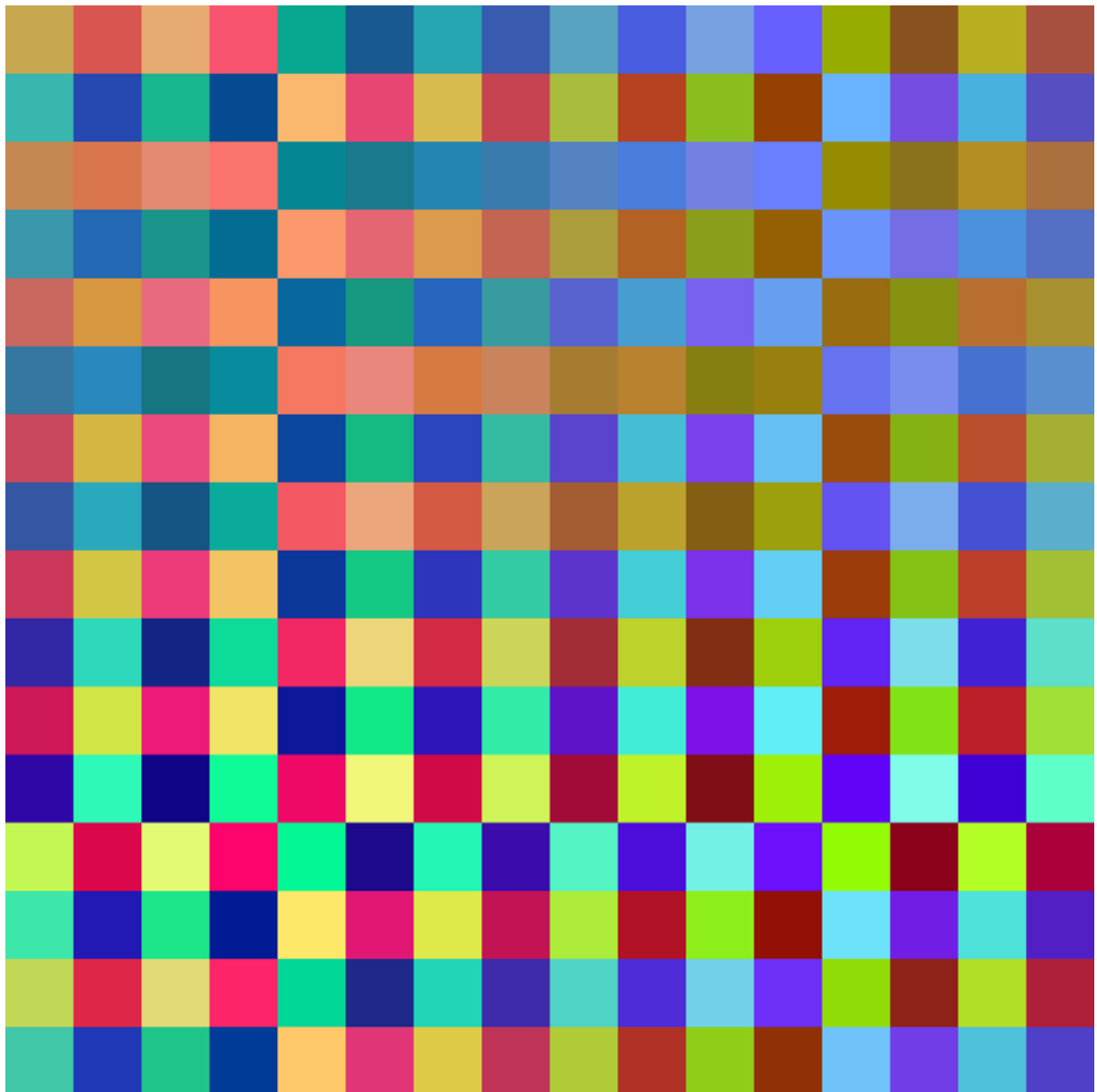
24 R
 G 180° gedreht
 B Spiegelung um 270° gedreht



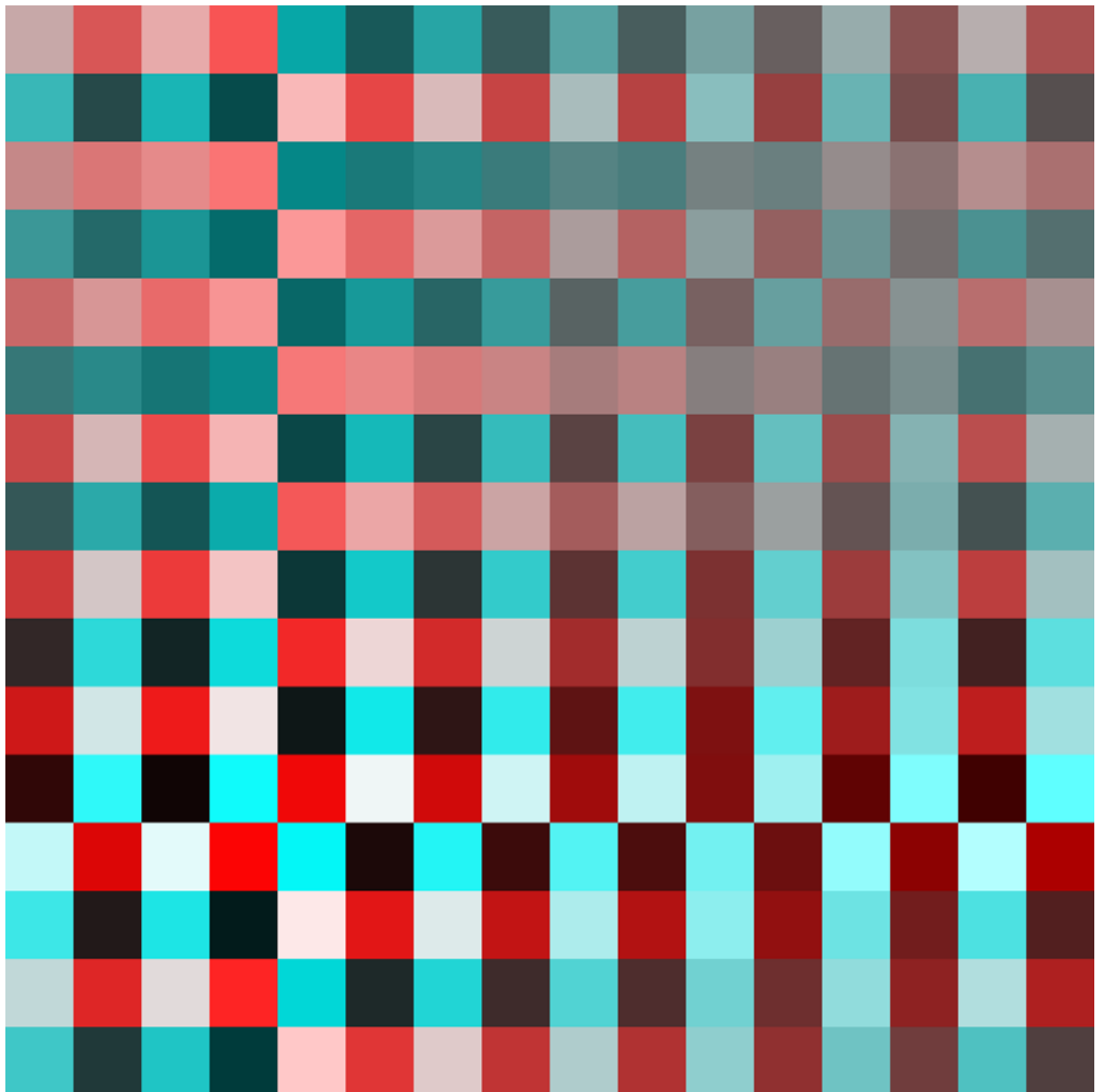
25 R
G 270° gedreht
B



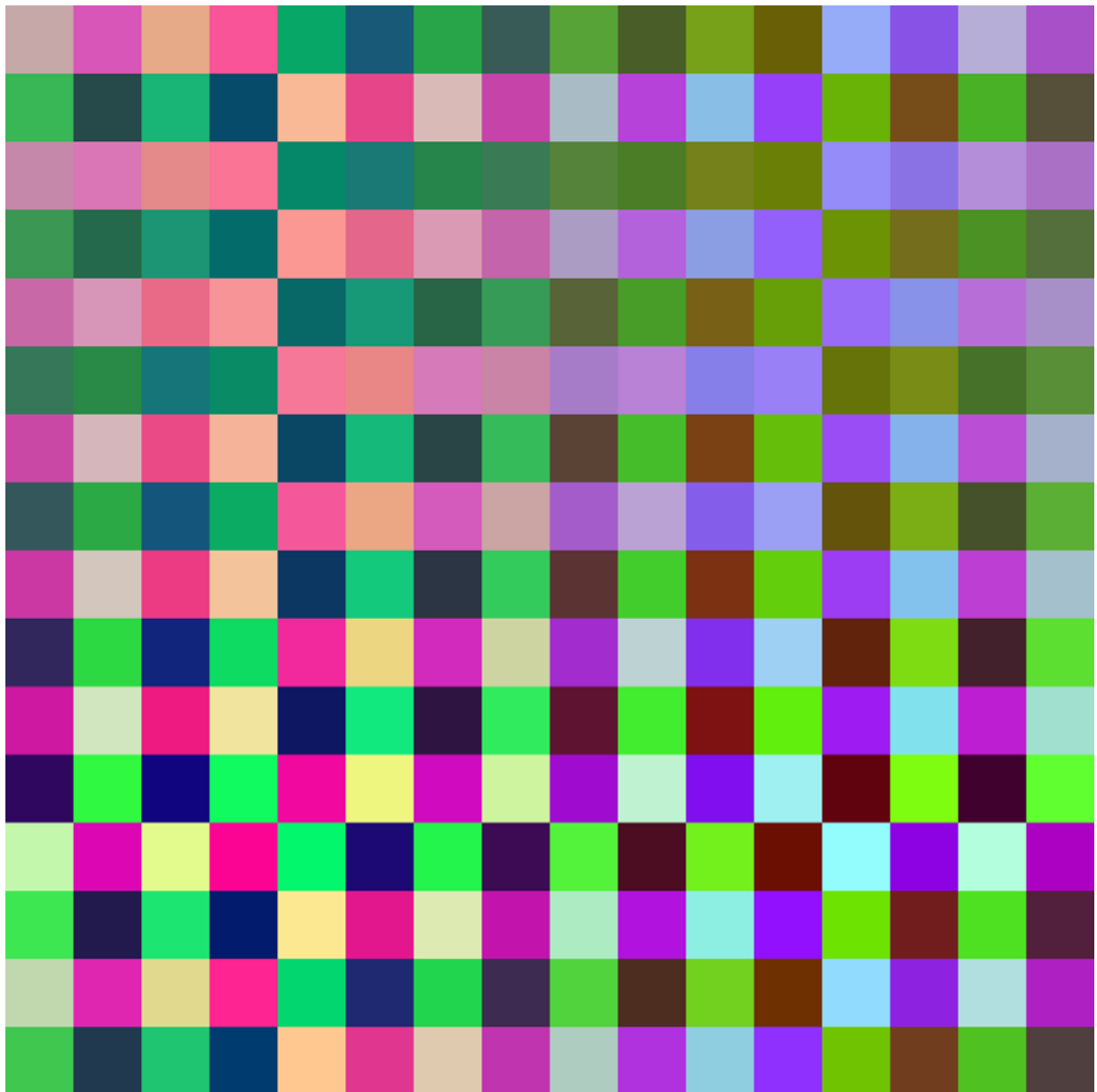
26 R
G 270° gedreht
B 90° gedreht



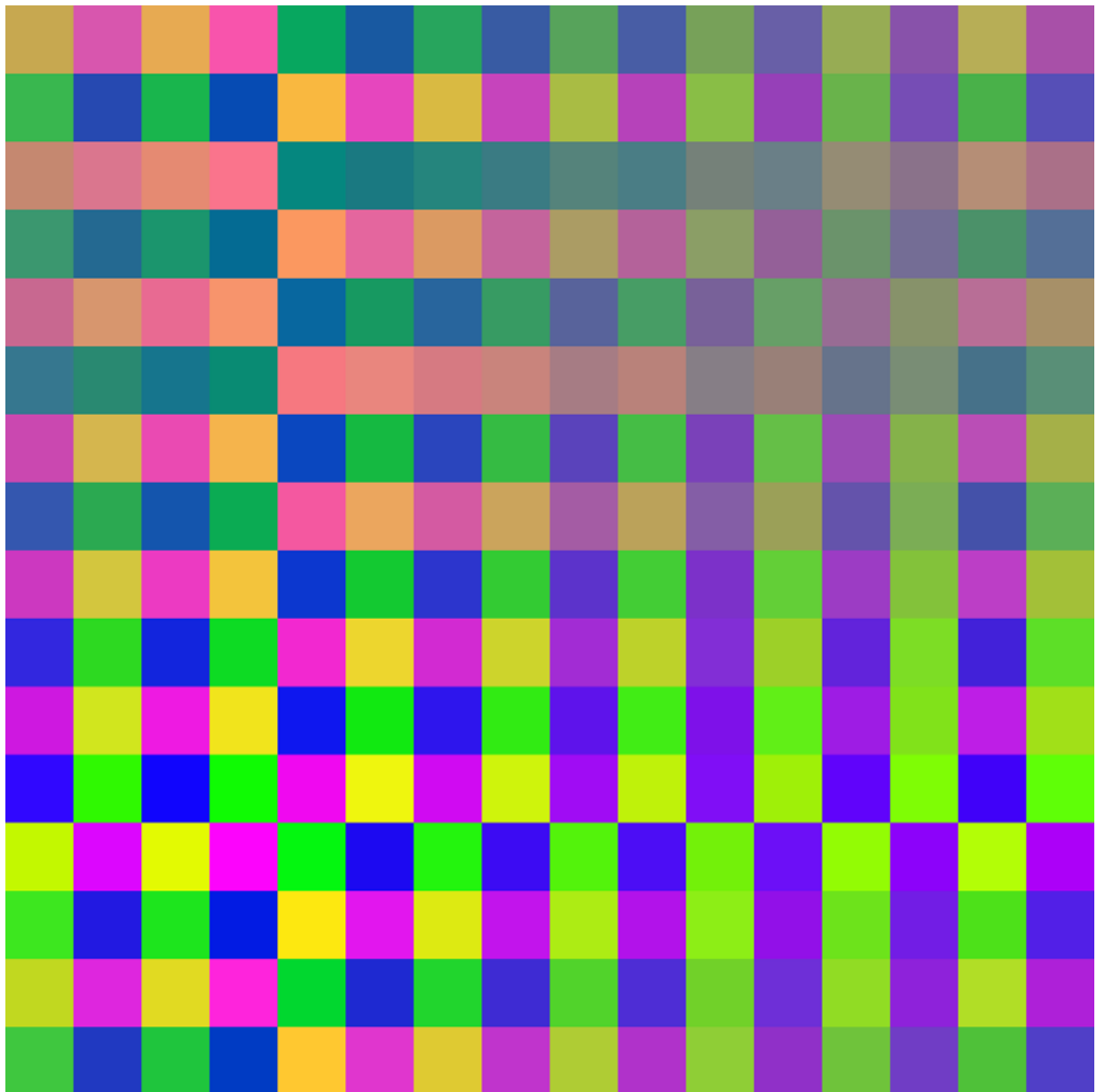
27 R
 G 270° gedreht
 B 180° gedreht



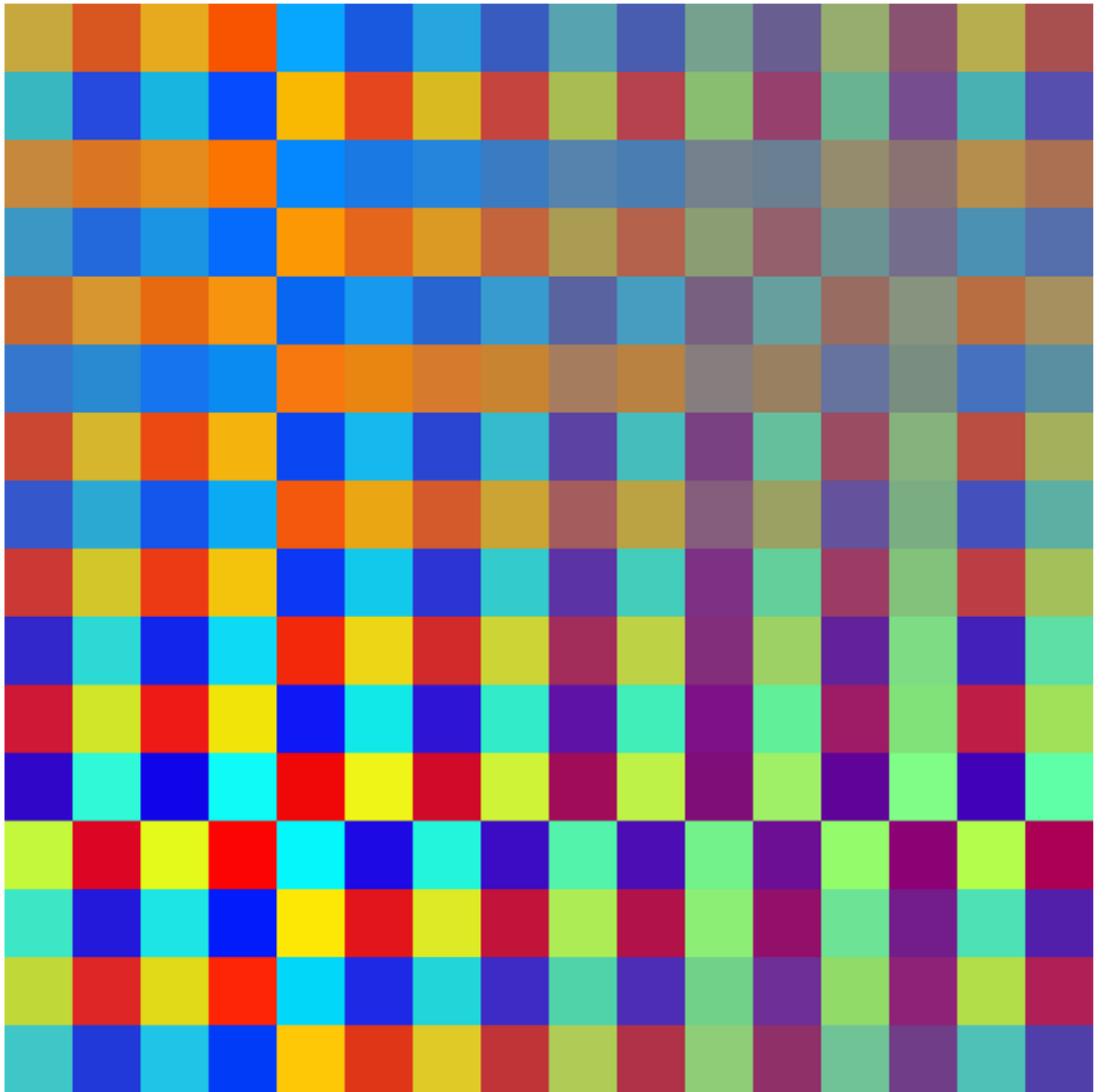
28 R
G 270° gedreht
B 270° gedreht



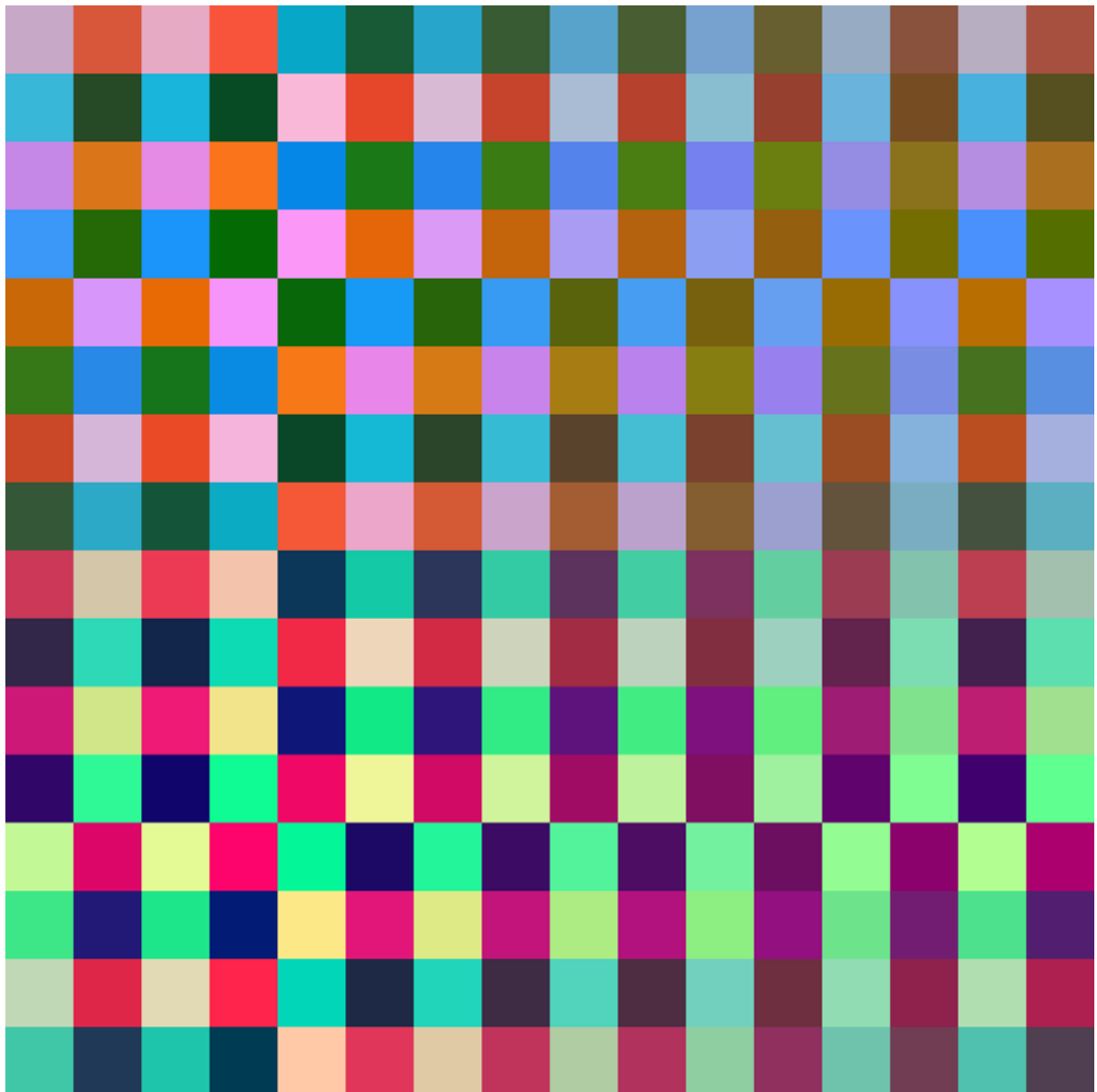
29 R
 G 270° gedreht
 B Spiegelung



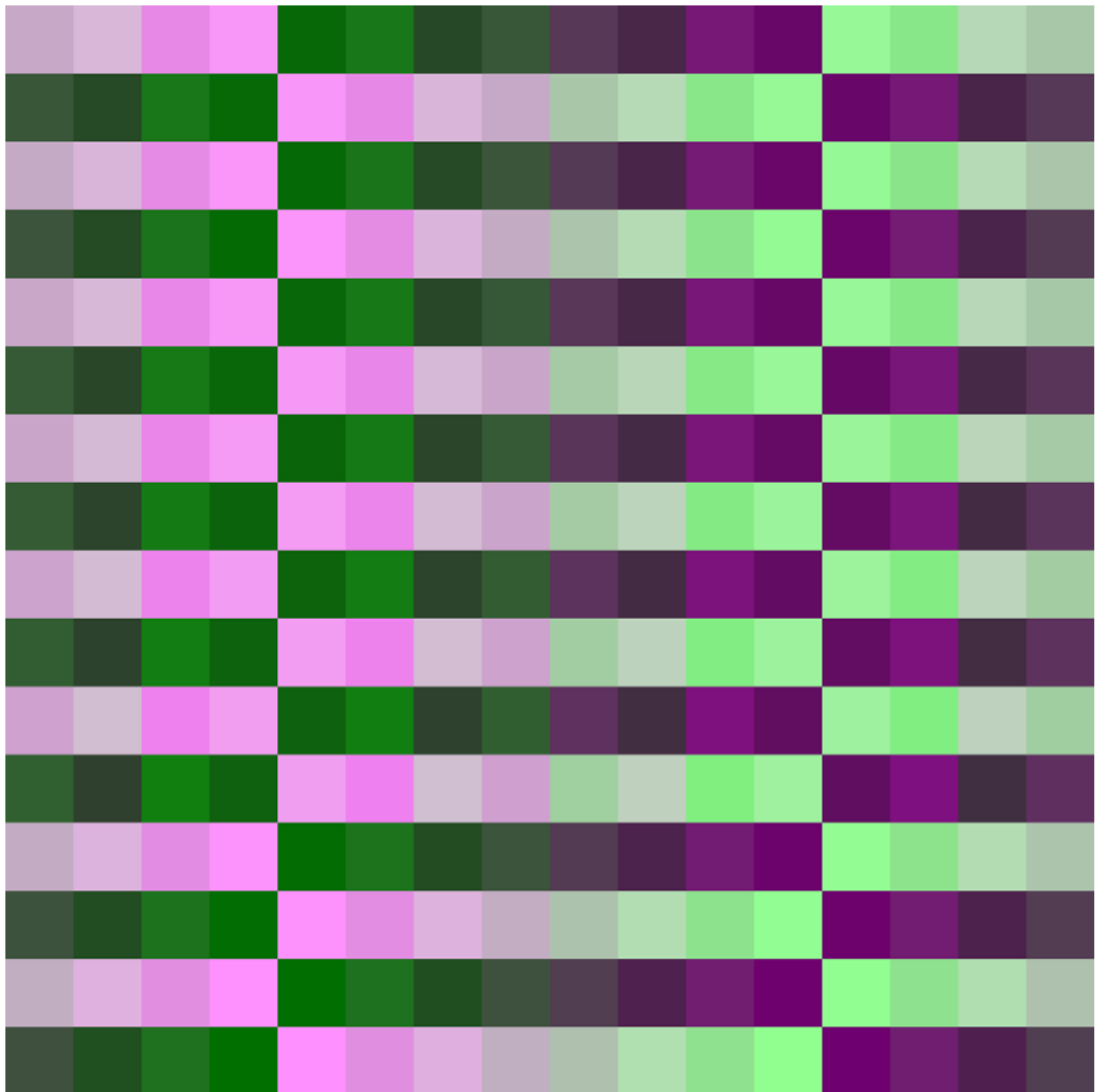
30 R
 G 270° gedreht
 B Spiegelung um 90° gedreht



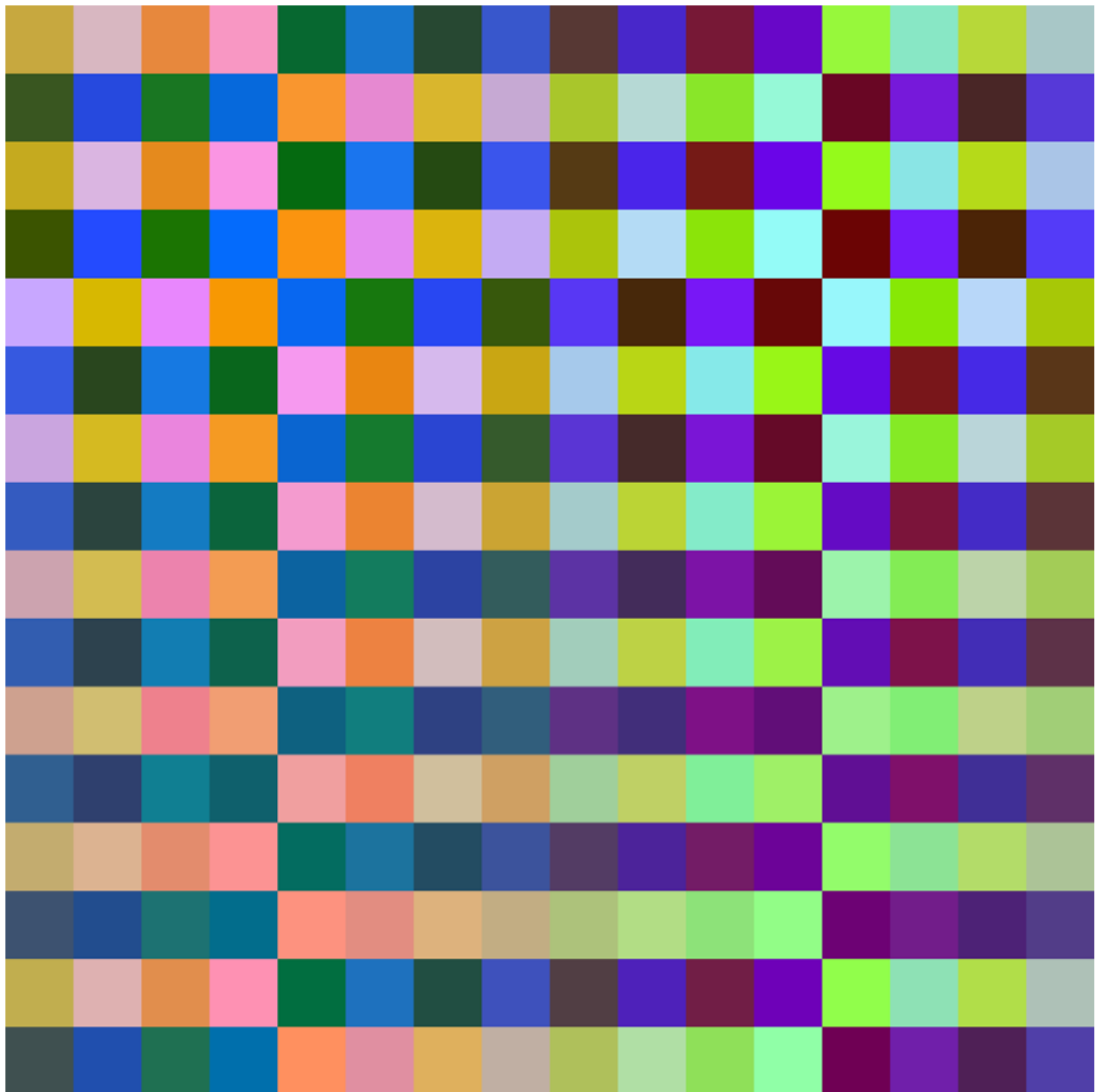
31 R
 G 270° gedreht
 B Spiegelung um 180° gedreht



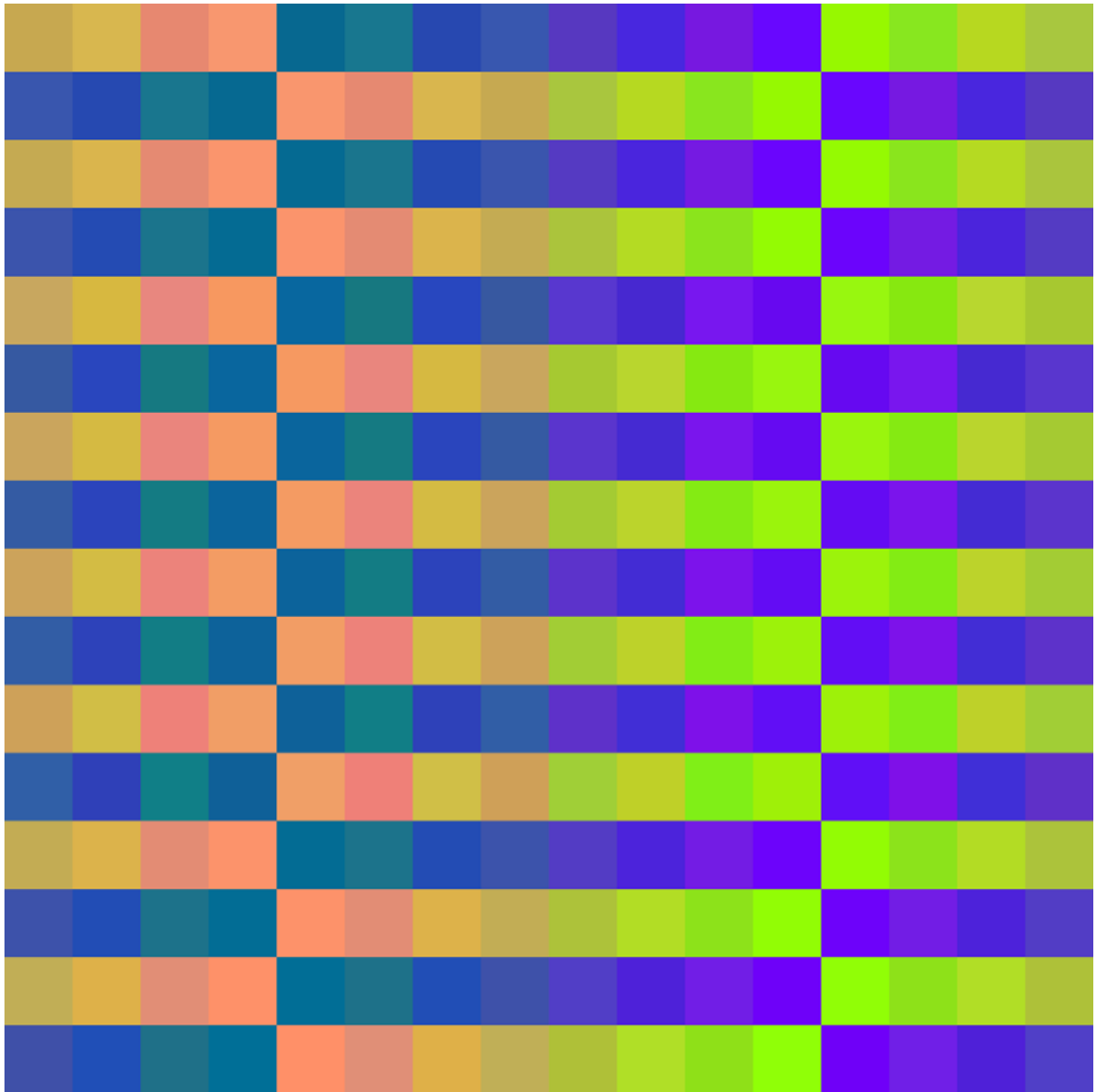
32 R
 G 270° gedreht
 B Spiegelung um 270° gedreht



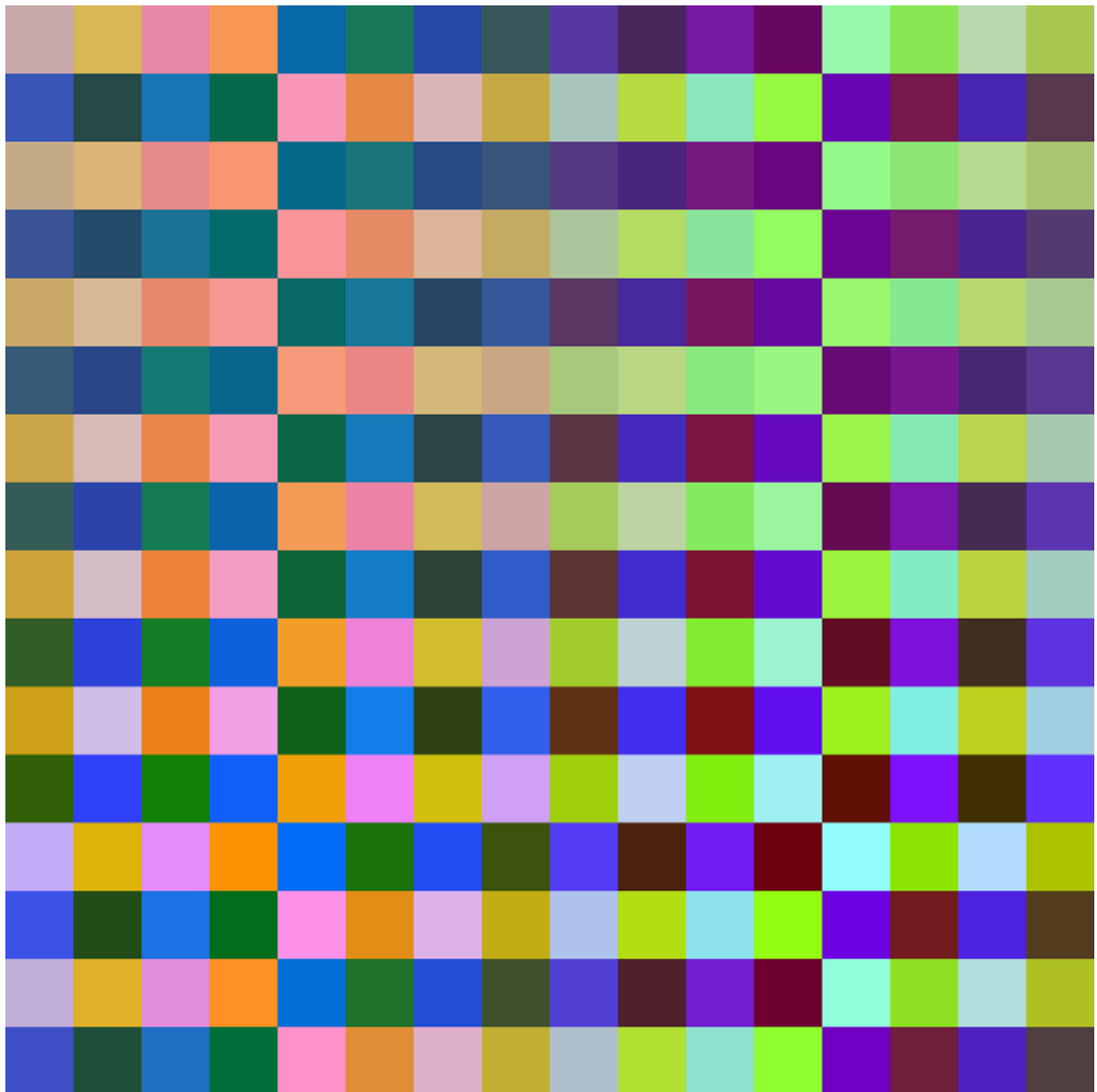
33 R
G Spiegelung
B



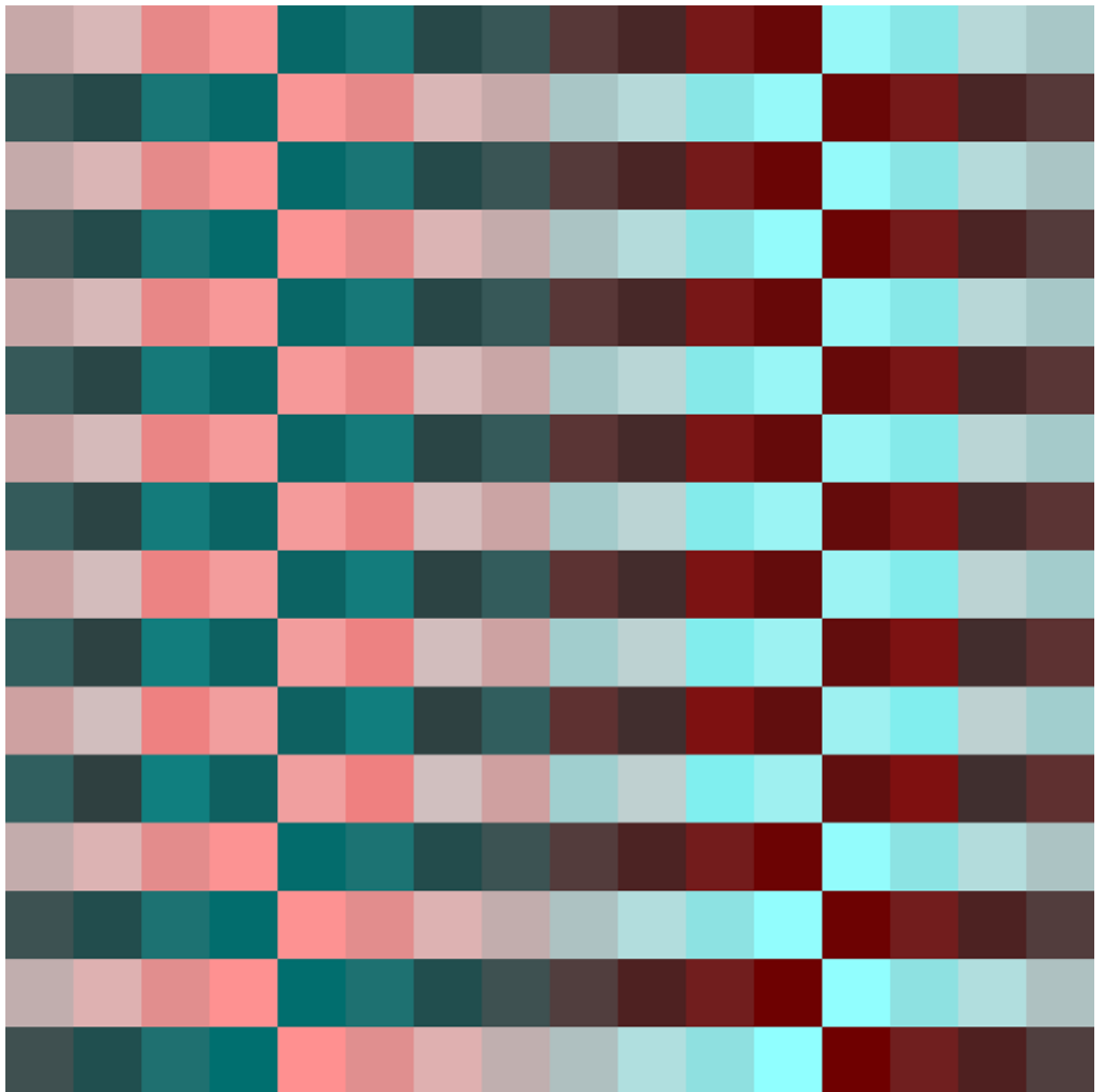
34 R
 G Spiegelung
 B 90° gedreht



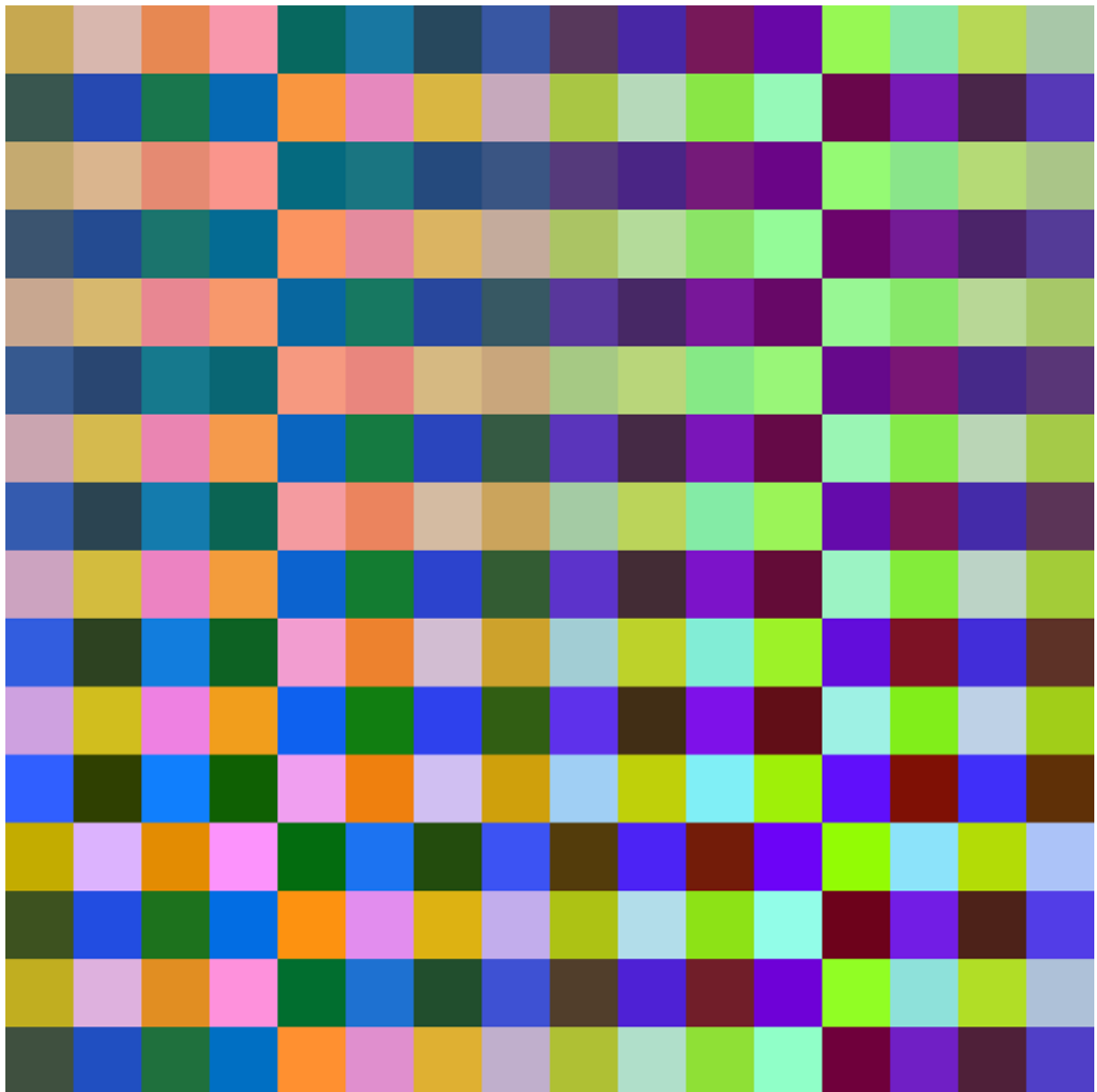
35 R
G Spiegelung
B 180° gedreht



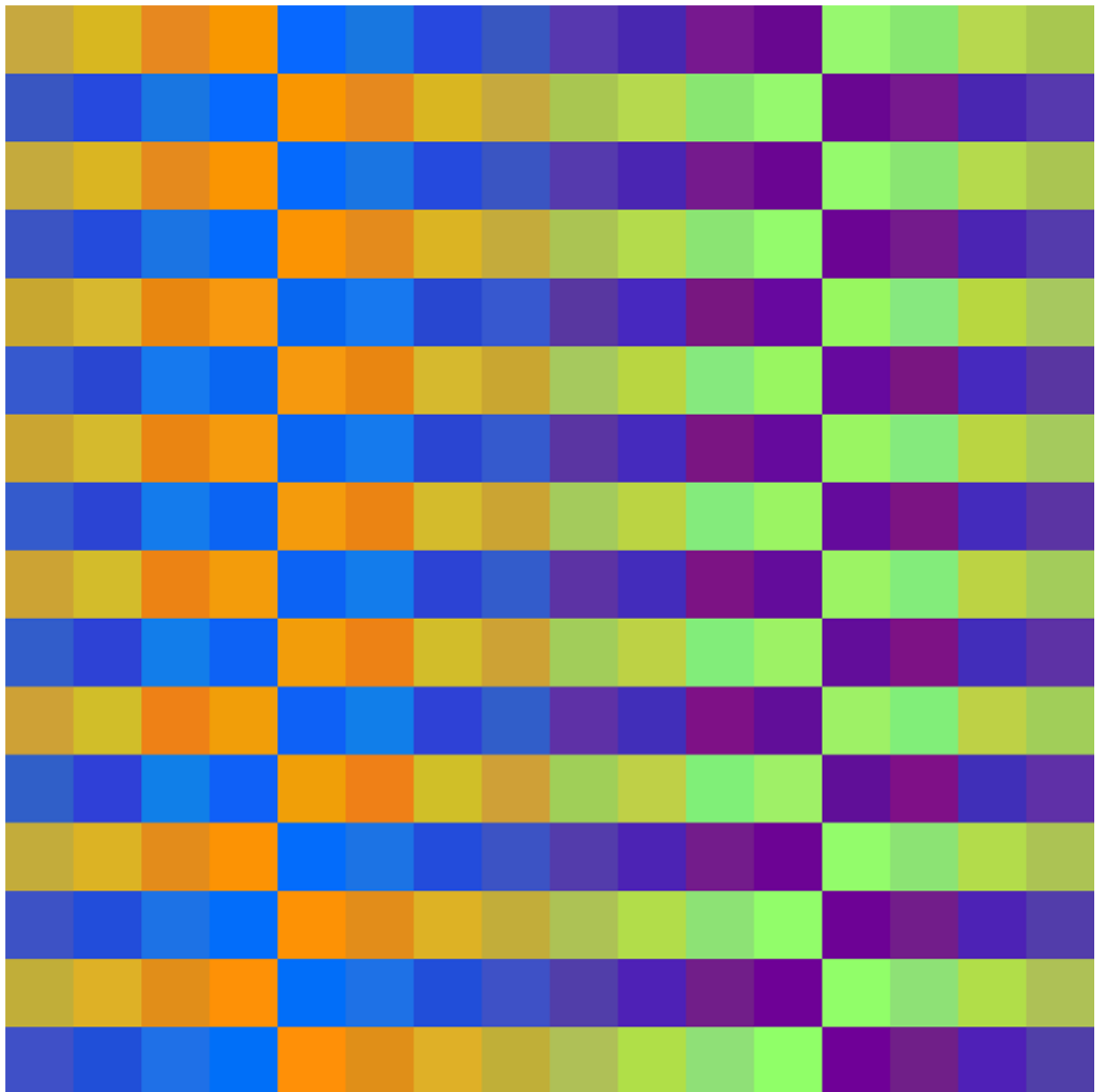
36 R
G Spiegelung
B 270° gedreht



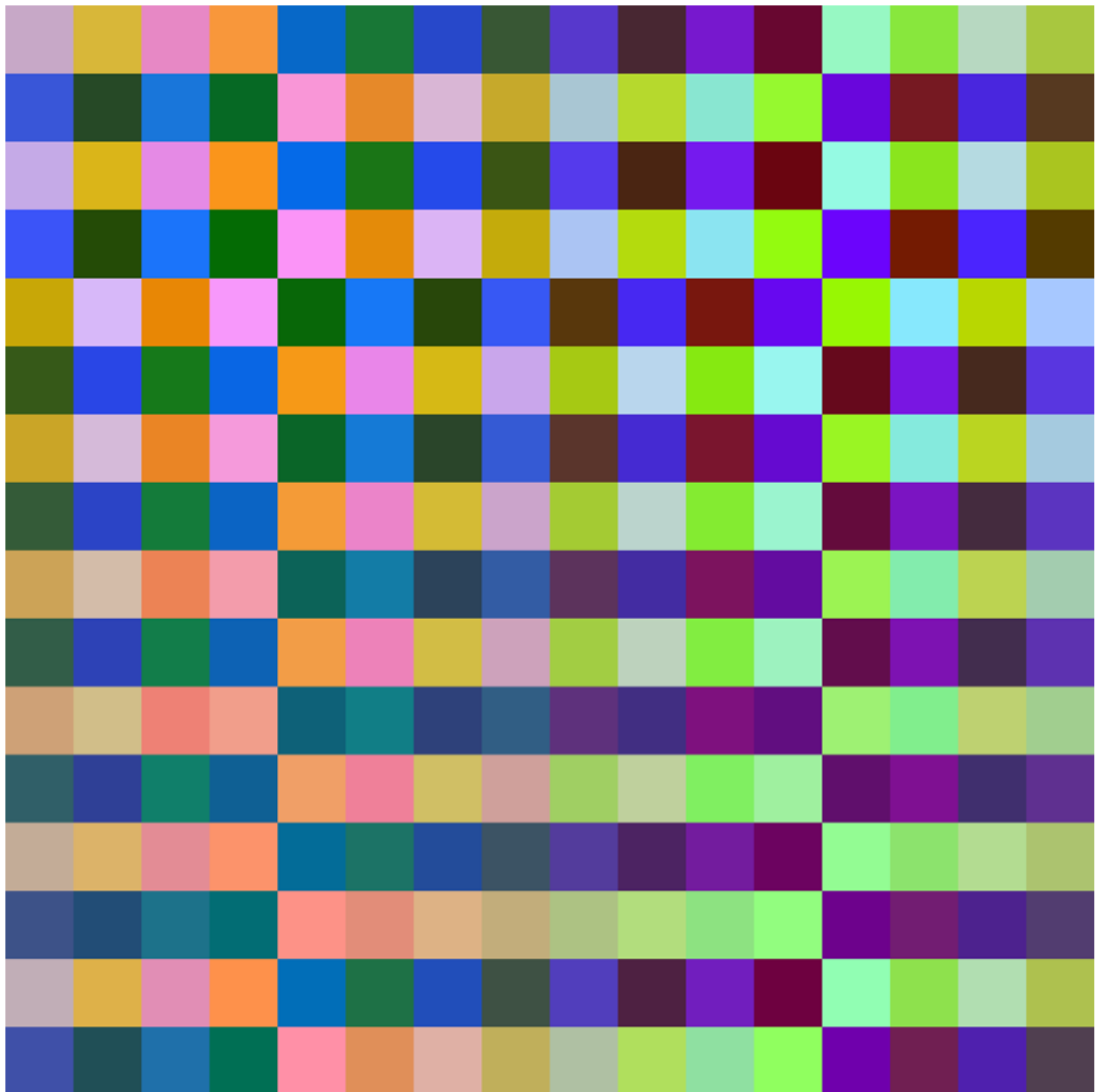
37 R
G Spiegelung
B Spiegelung



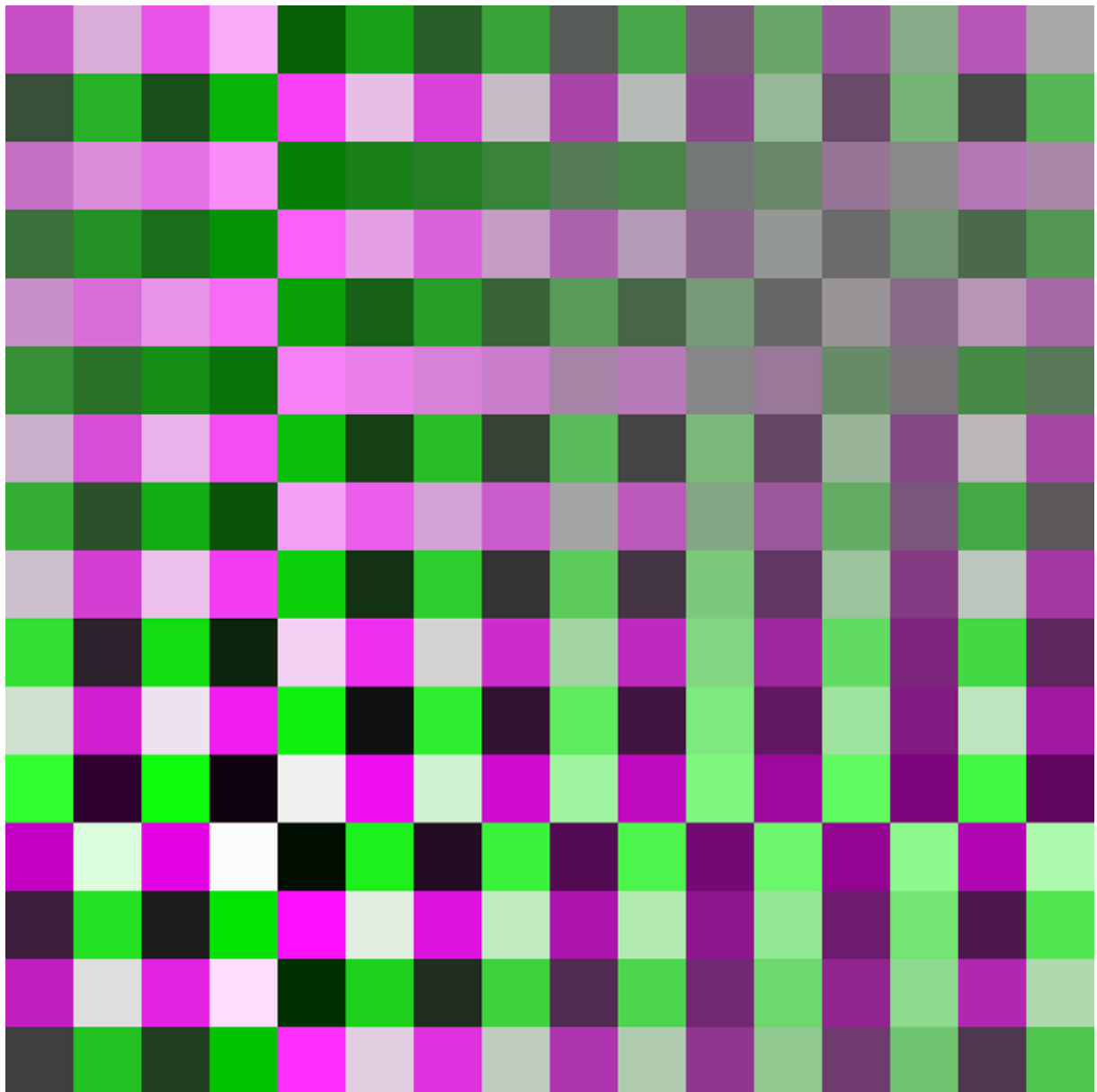
38 R
 G Spiegelung
 B Spiegelung um 90° gedreht



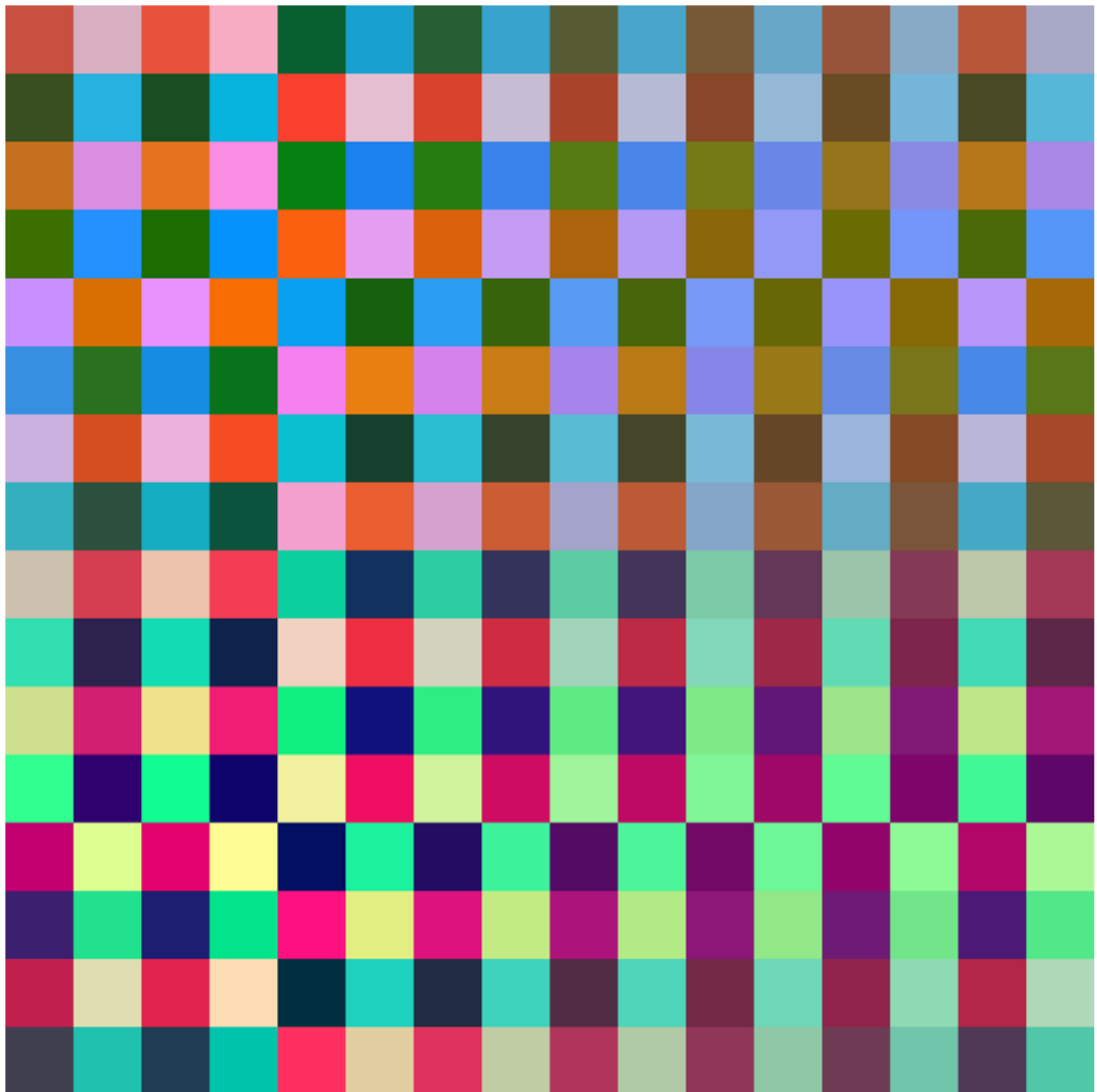
39 R
 G Spiegelung
 B Spiegelung um 180° gedreht



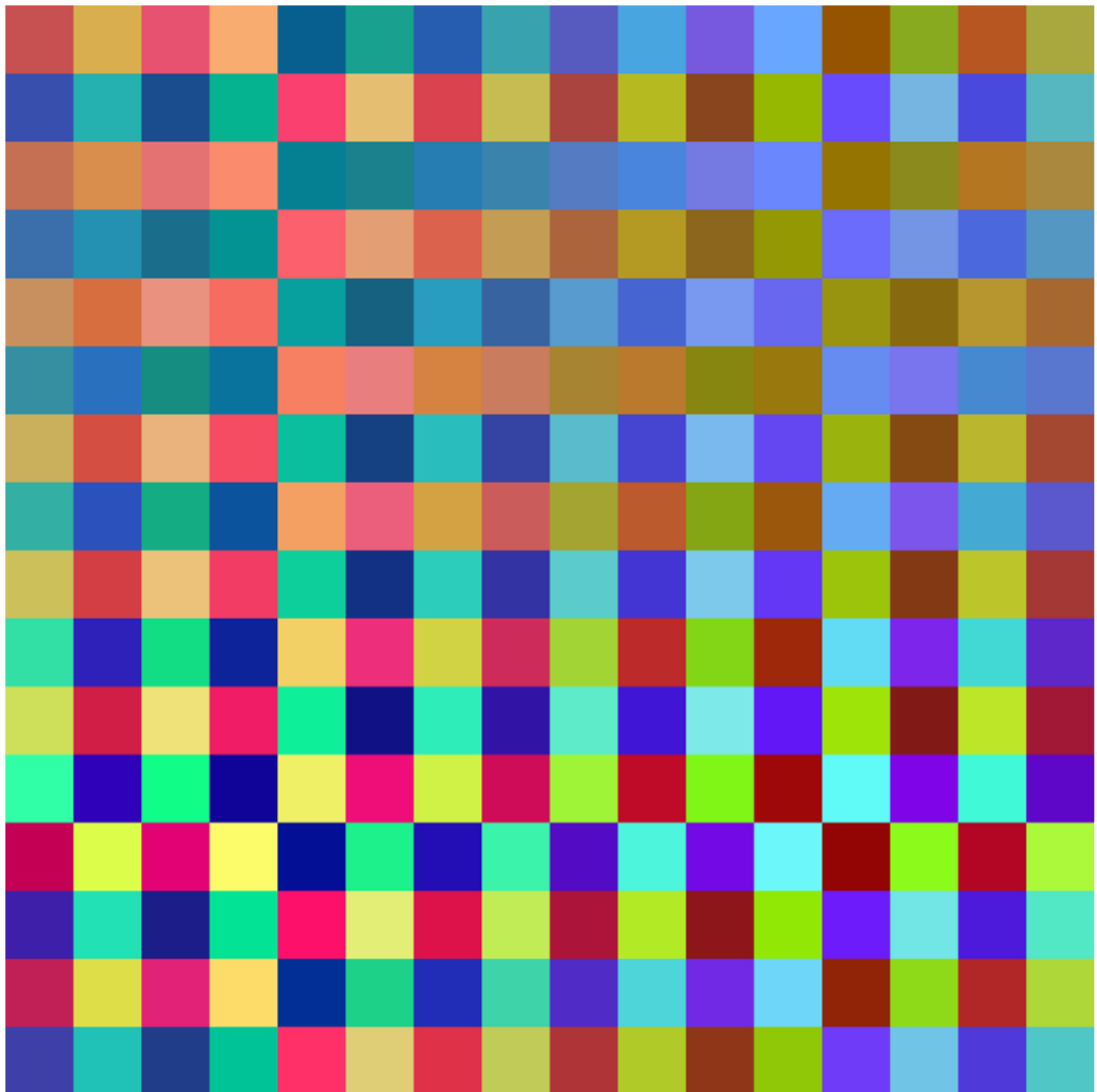
40 R
 G Spiegelung
 B Spiegelung um 270° gedreht



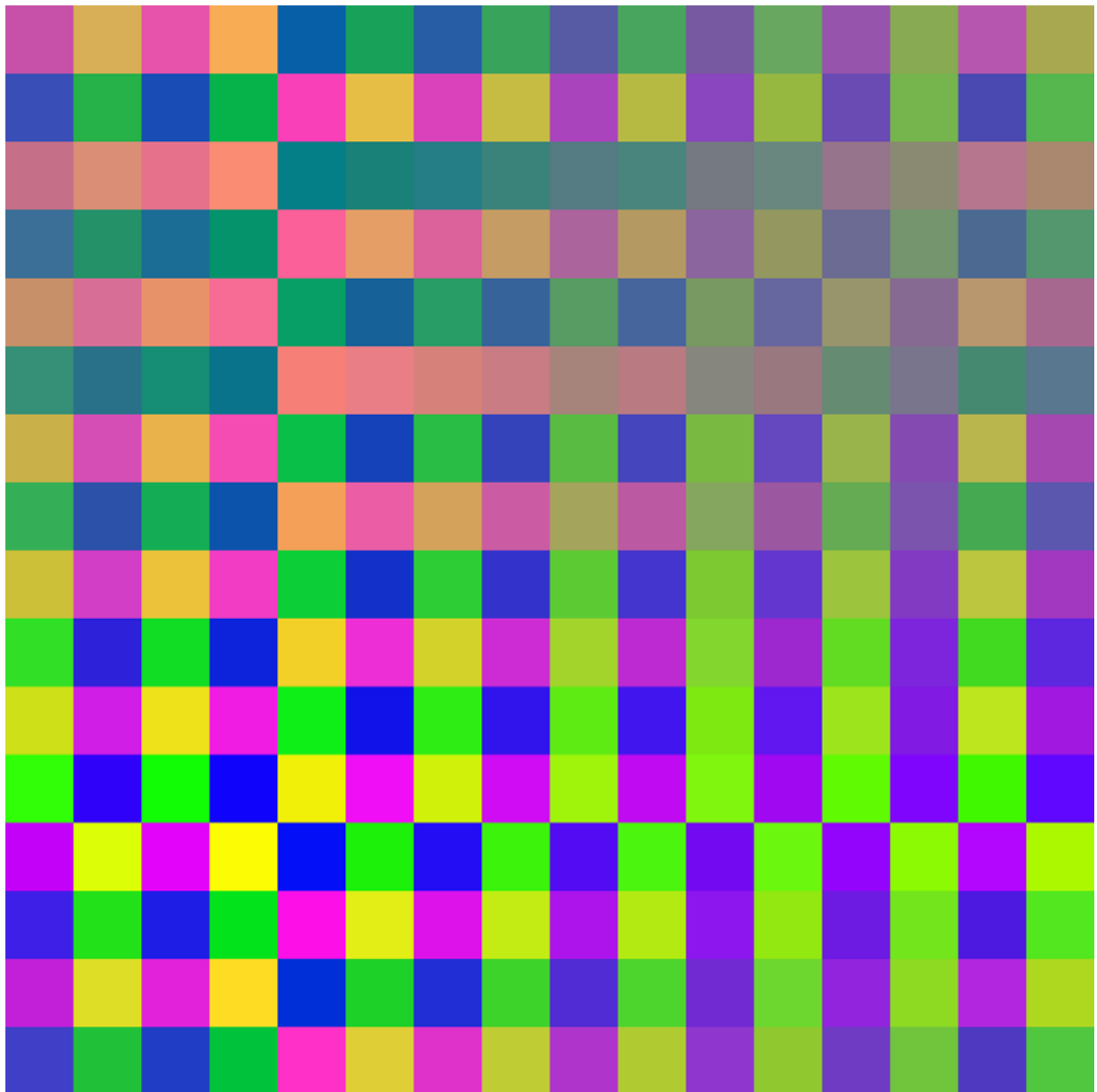
41 R
G Spiegelung um 90° gedreht
B



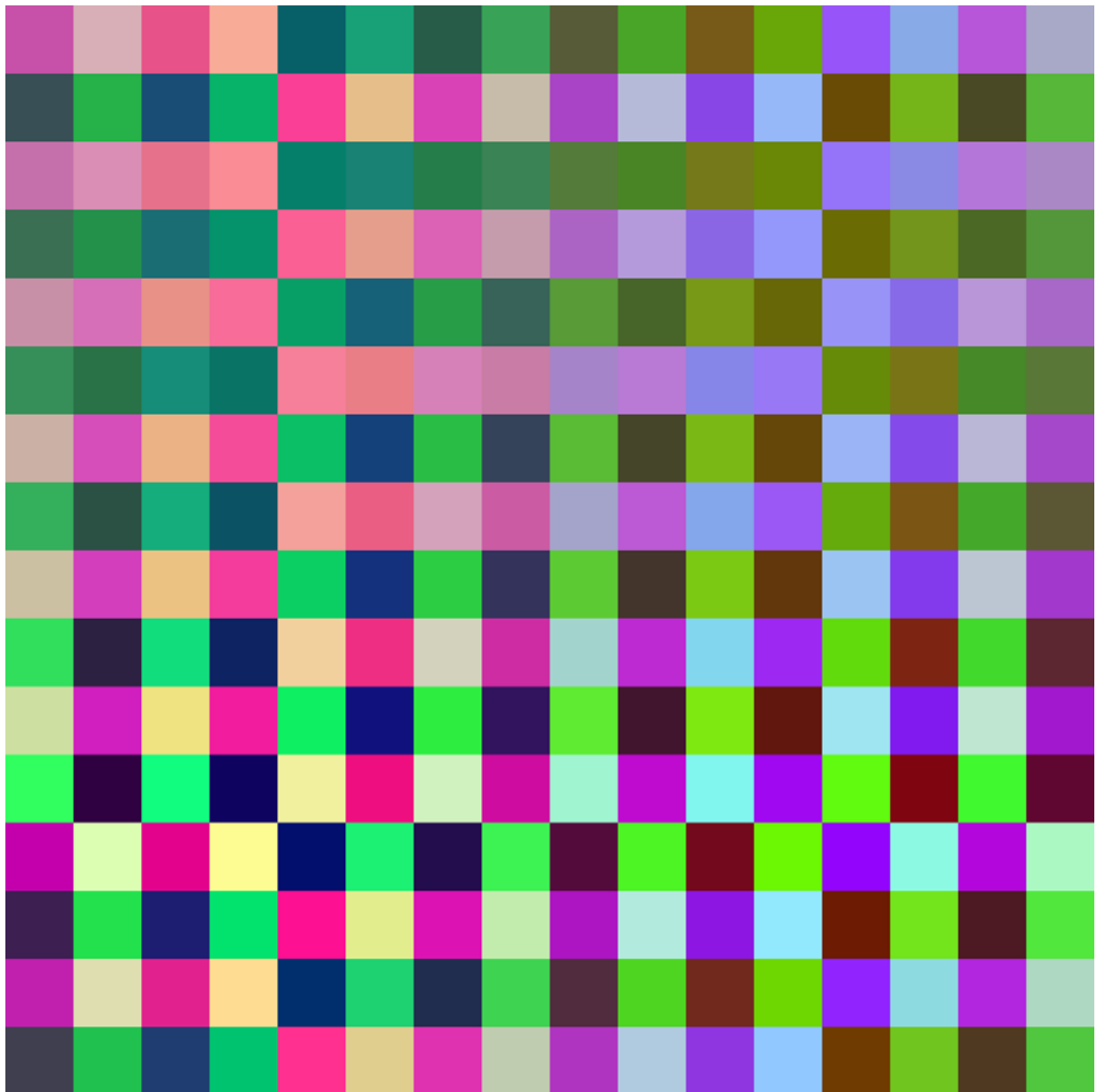
42 R
 G Spiegelung um 90° gedreht
 B 90° gedreht



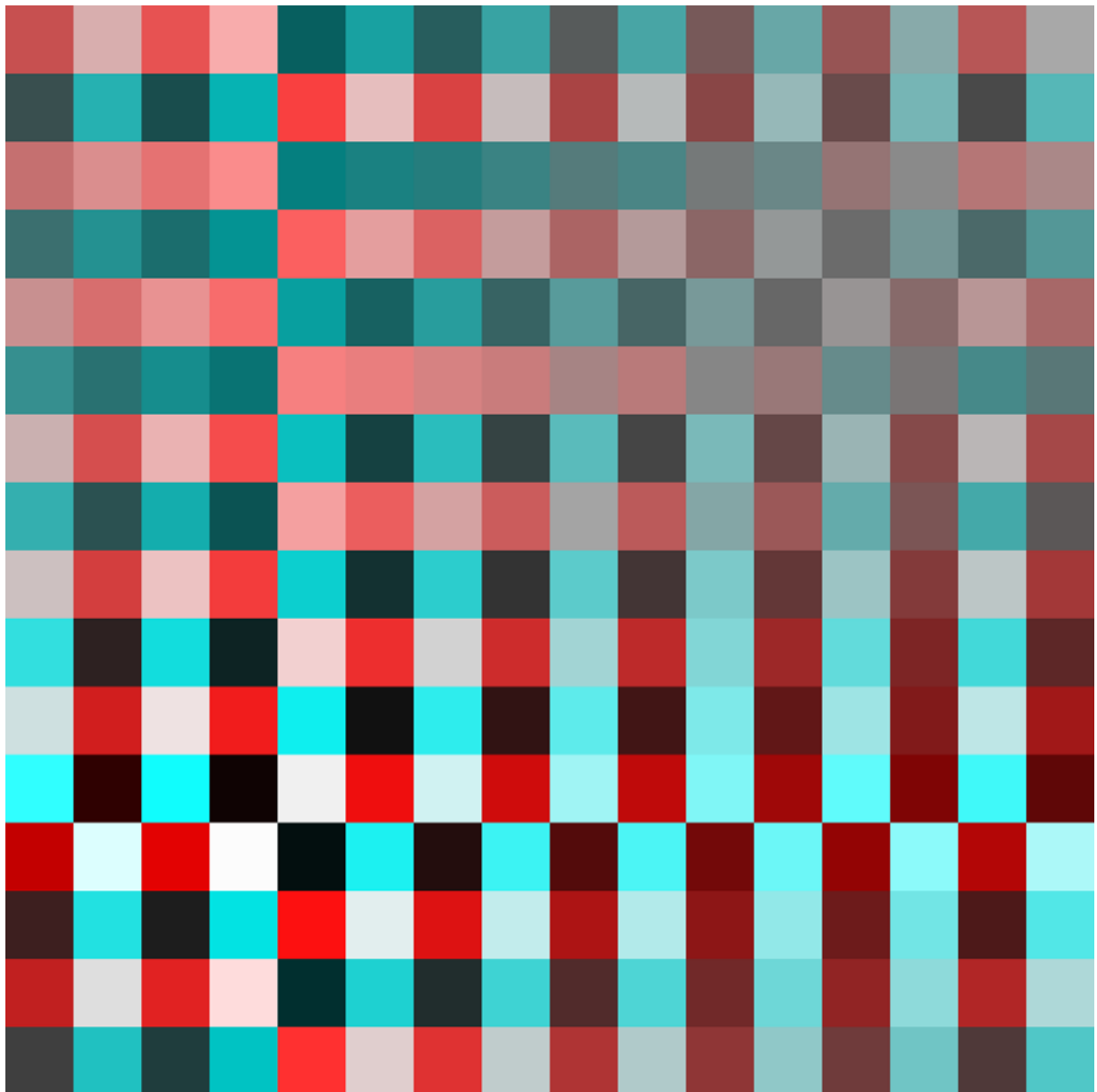
43 R
 G Spiegelung um 90° gedreht
 B 180° gedreht



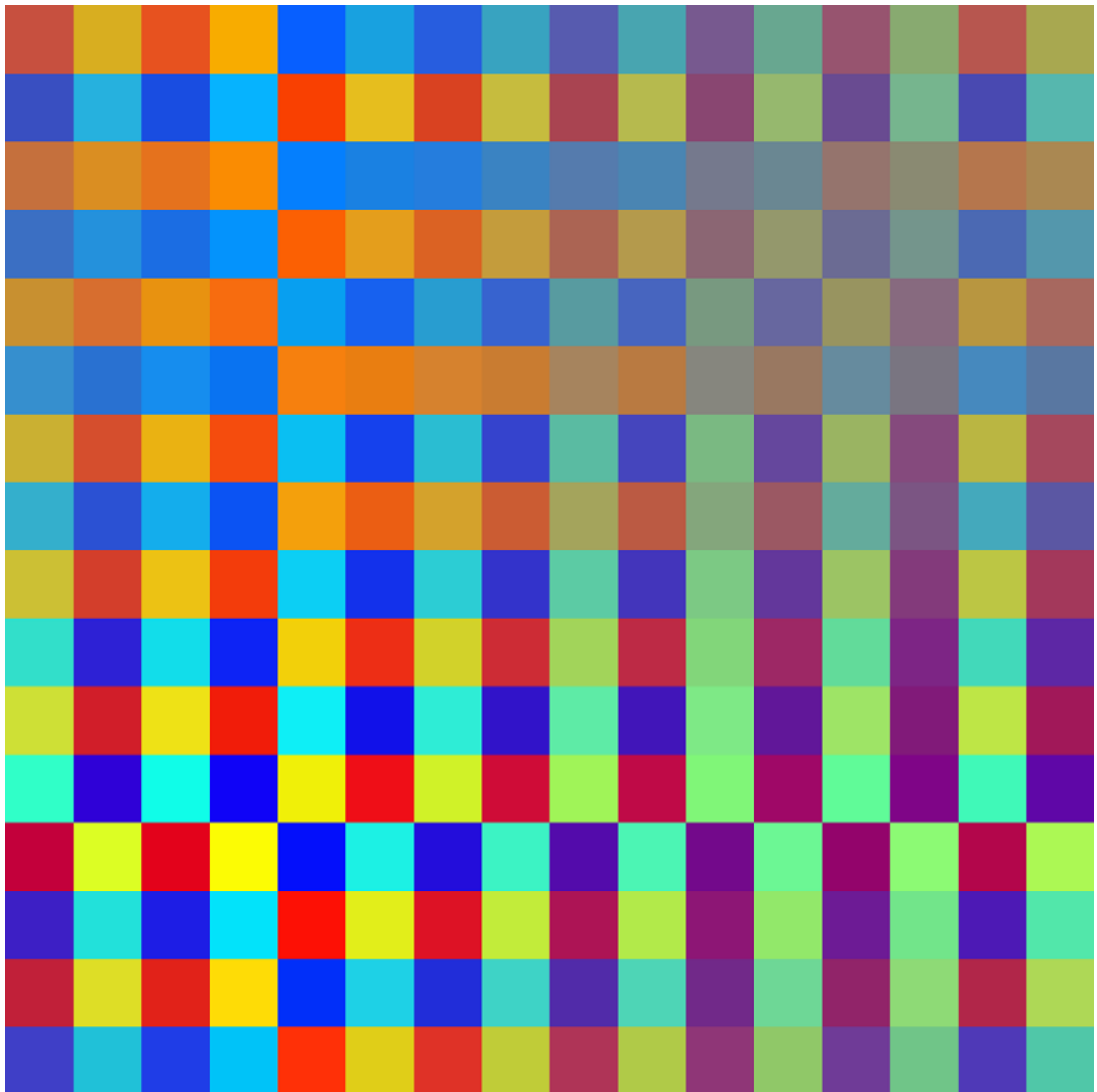
44 R
 G Spiegelung um 90° gedreht
 B 270° gedreht



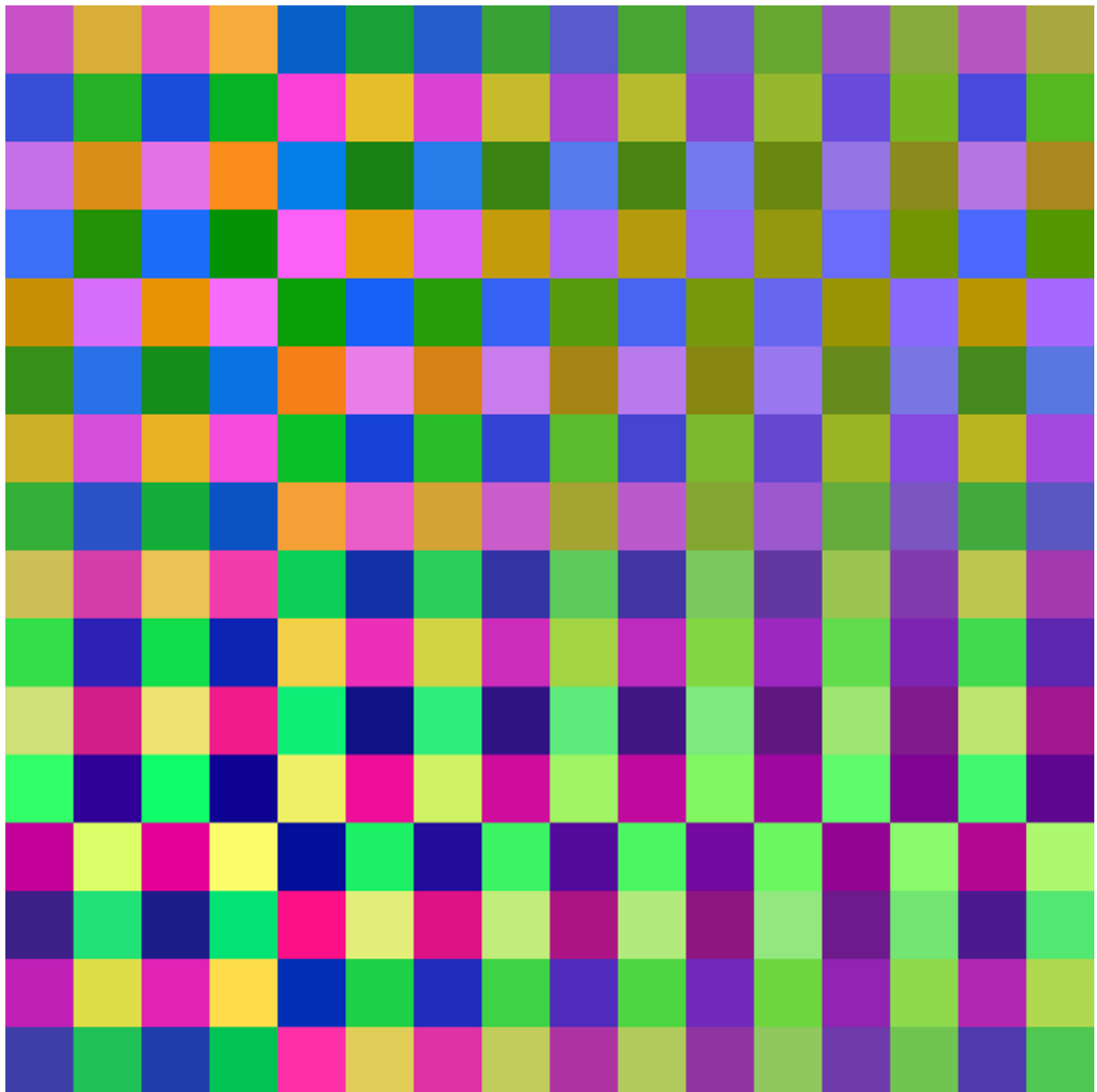
45 R
 G Spiegelung um 90° gedreht
 B Spiegelung



46 R
 G Spiegelung um 90° gedreht
 B Spiegelung um 90° gedreht



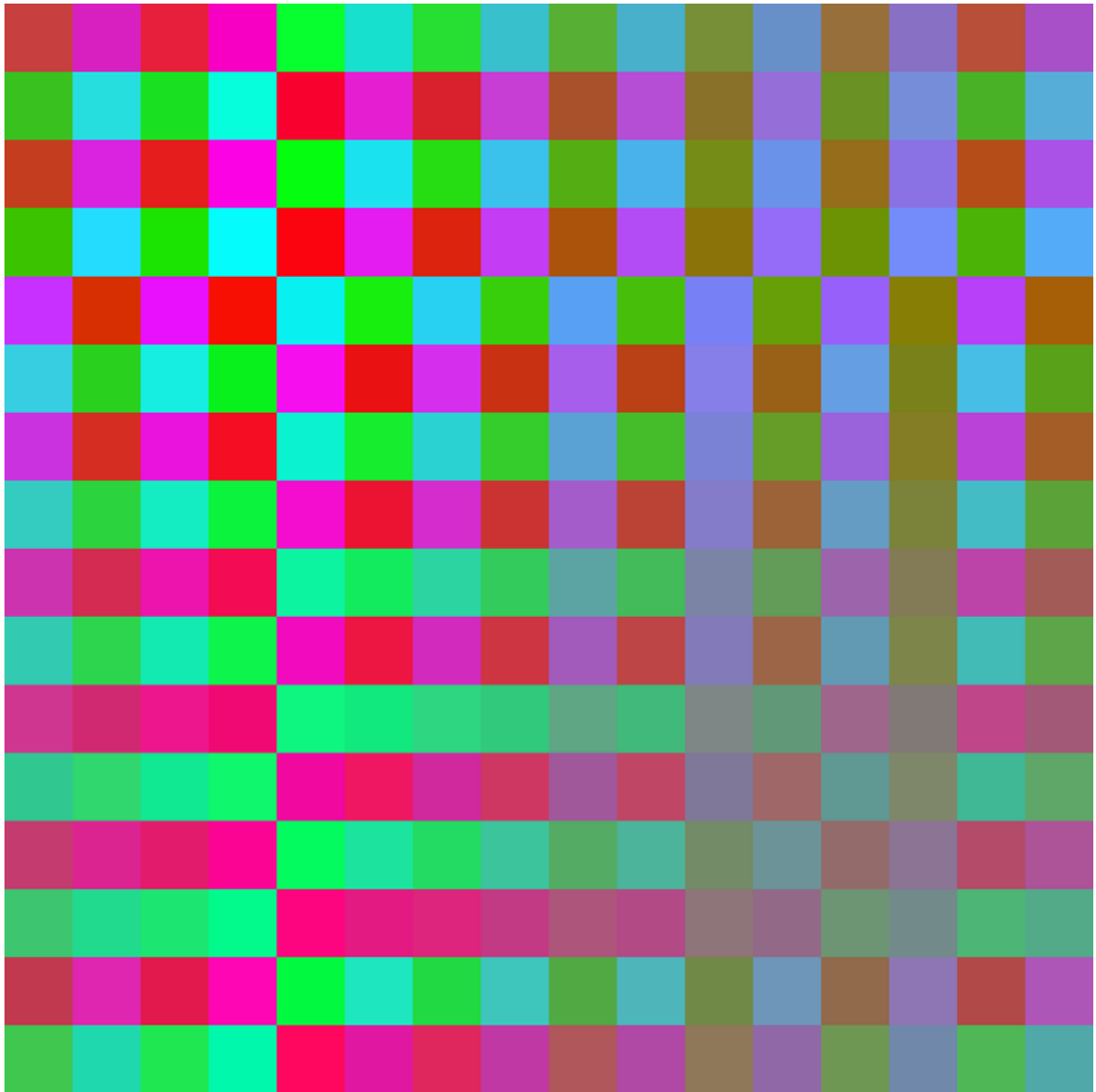
47 R
 G Spiegelung um 90° gedreht
 B Spiegelung um 180° gedreht



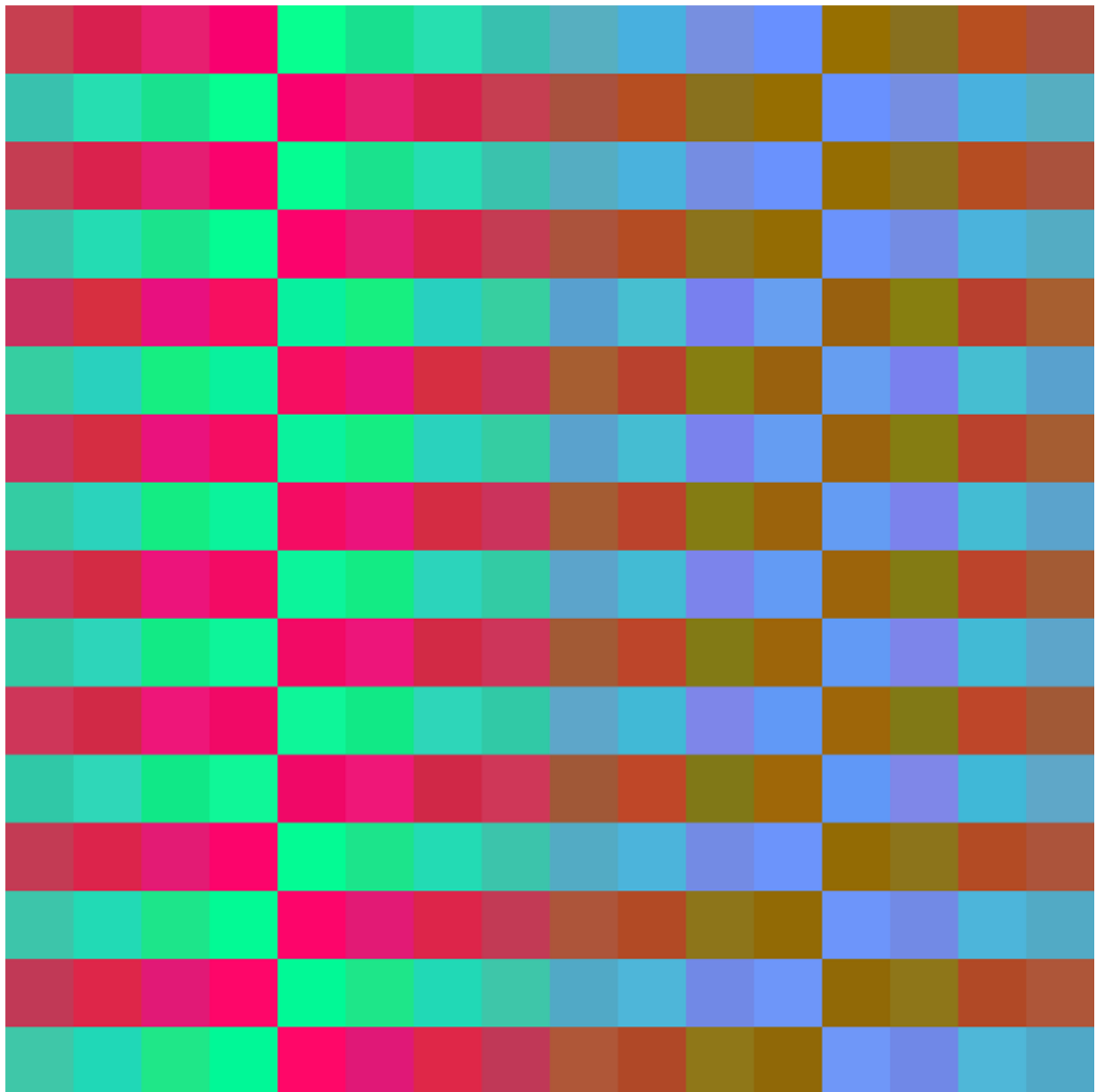
48 R
 G Spiegelung um 90° gedreht
 B Spiegelung um 270° gedreht



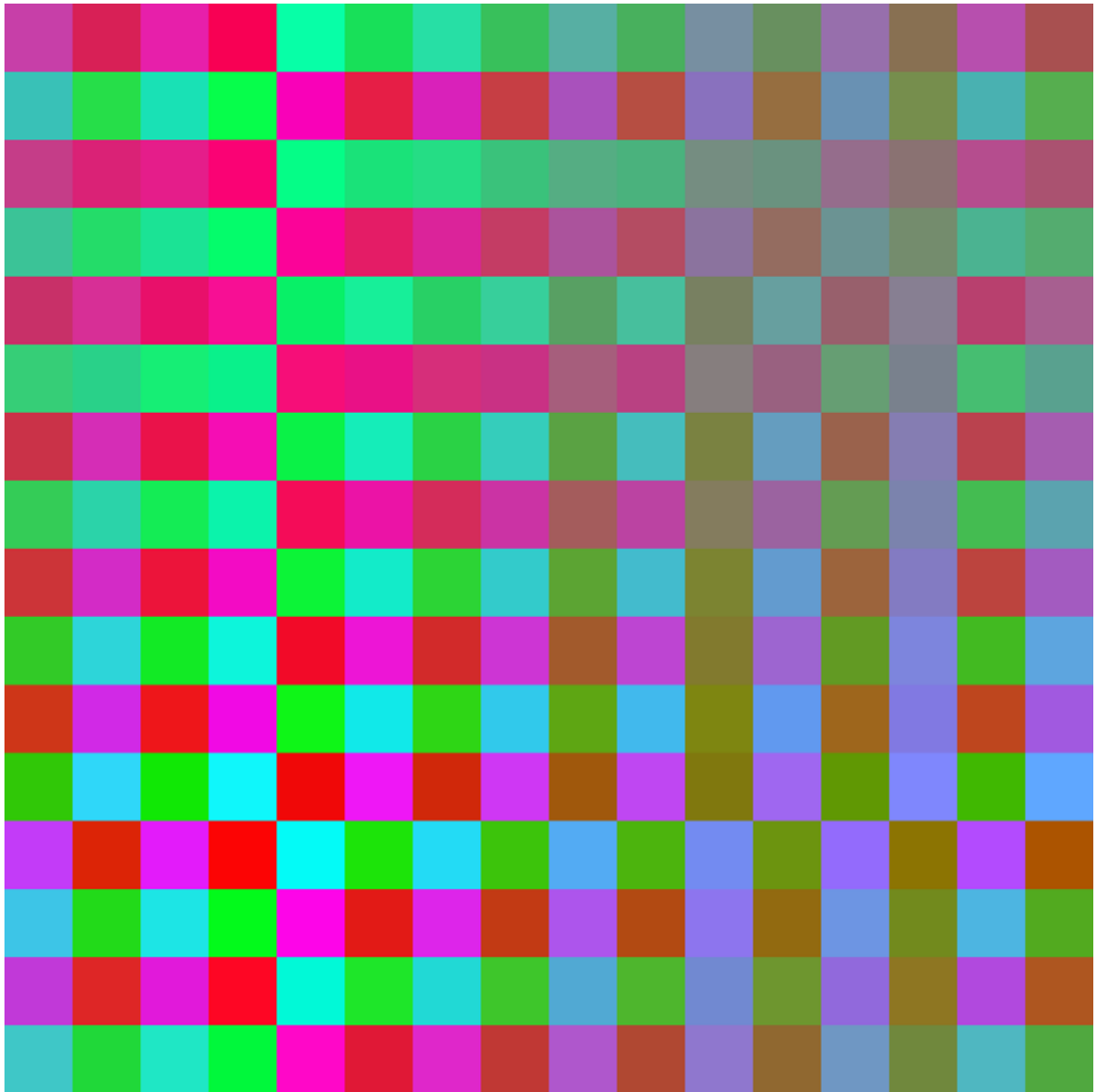
49 R
G Spiegelung um 180° gedreht
B



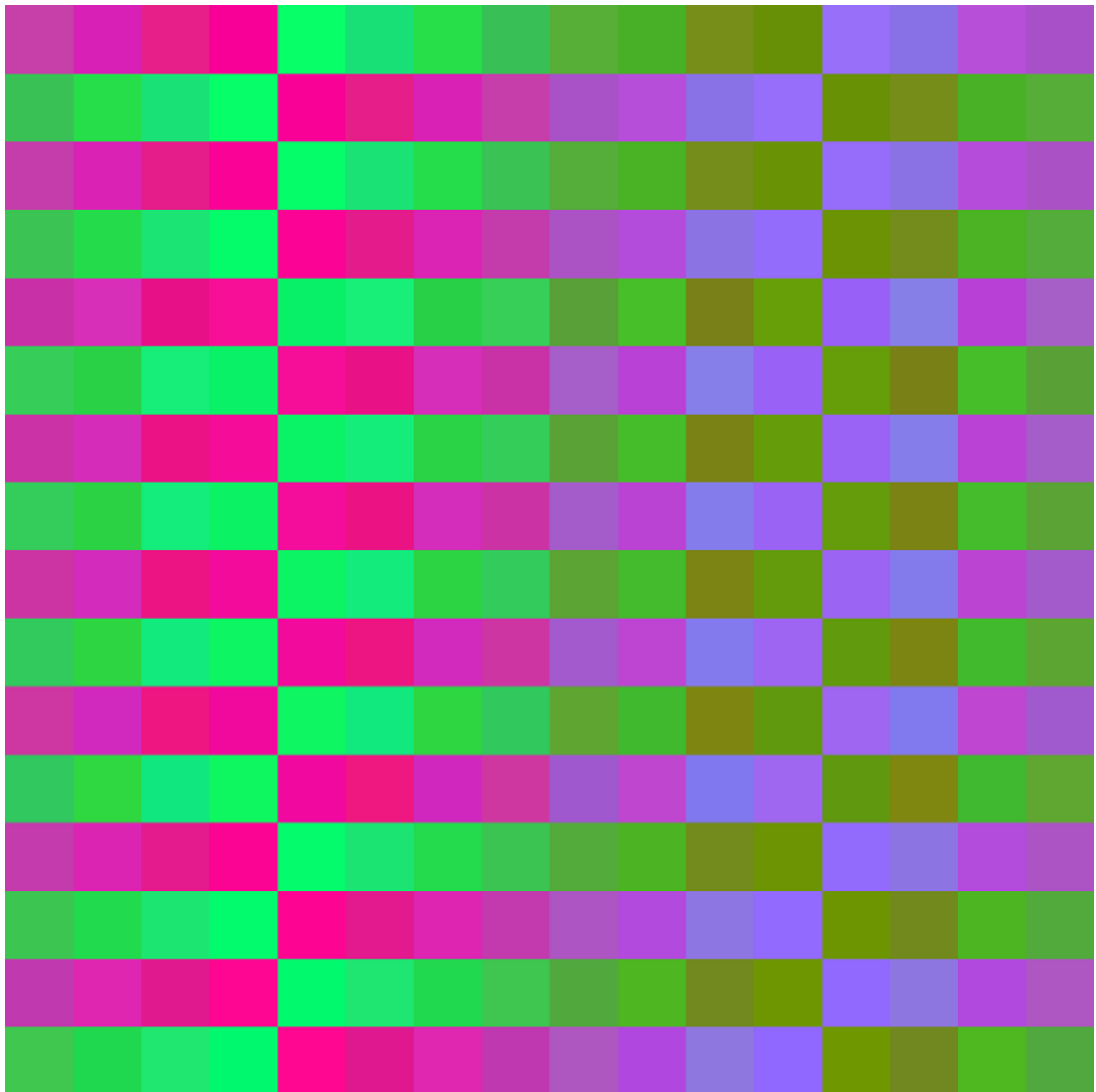
50 R
 G Spiegelung um 180° gedreht
 B 90° gedreht



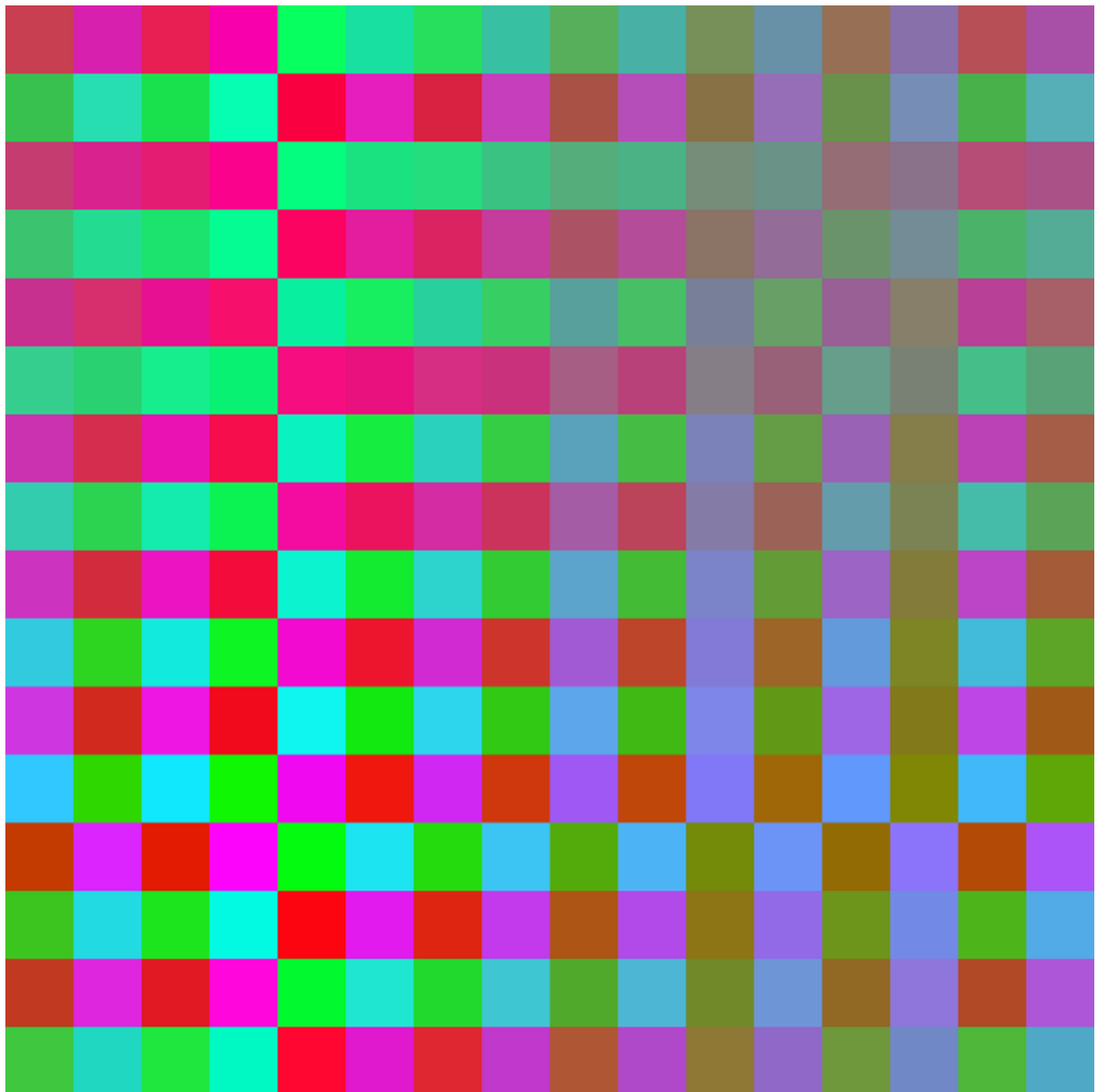
51 R
 G Spiegelung um 180° gedreht
 B 180° gedreht



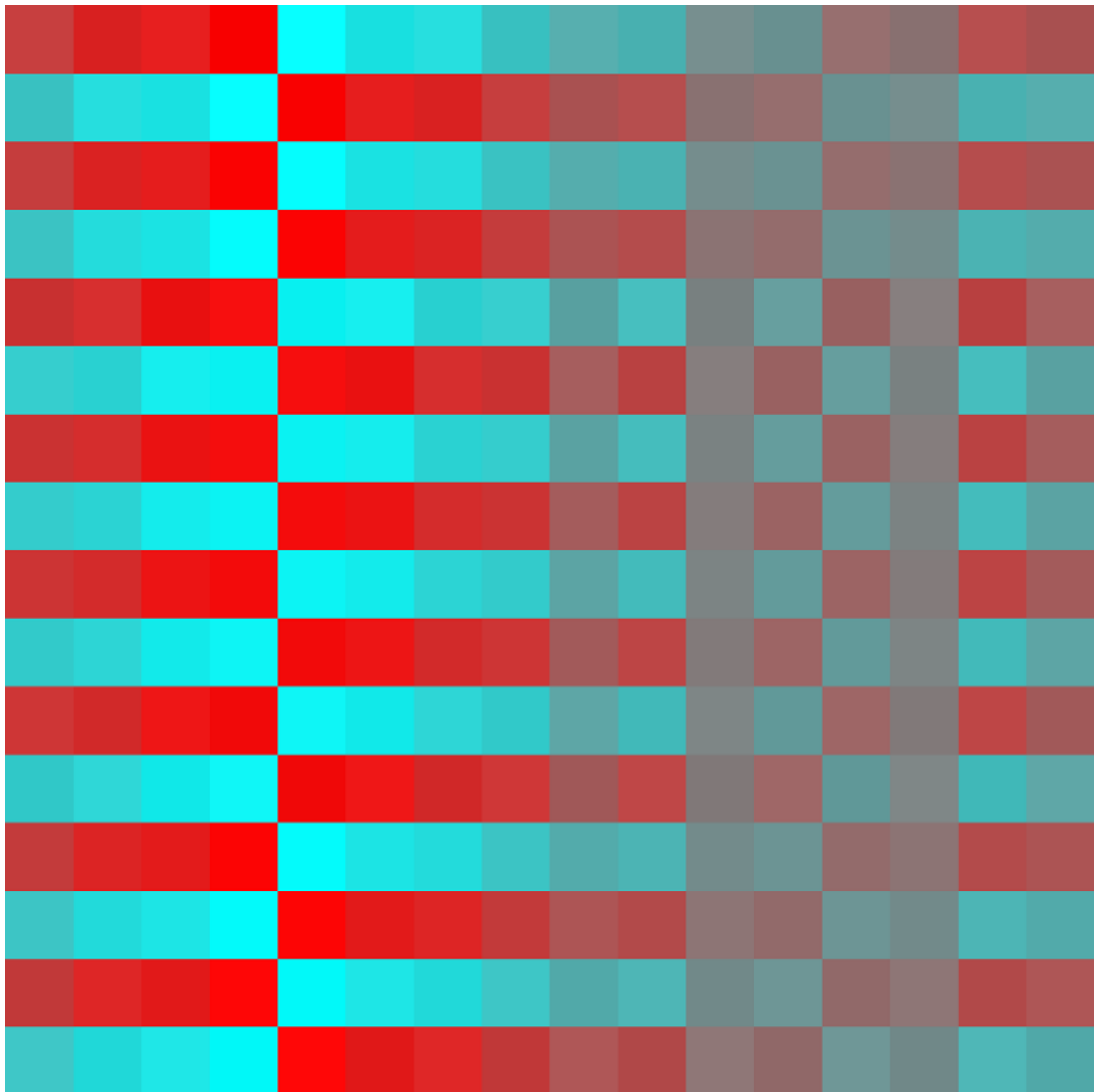
52 R
G Spiegelung um 180° gedreht
B 270° gedreht



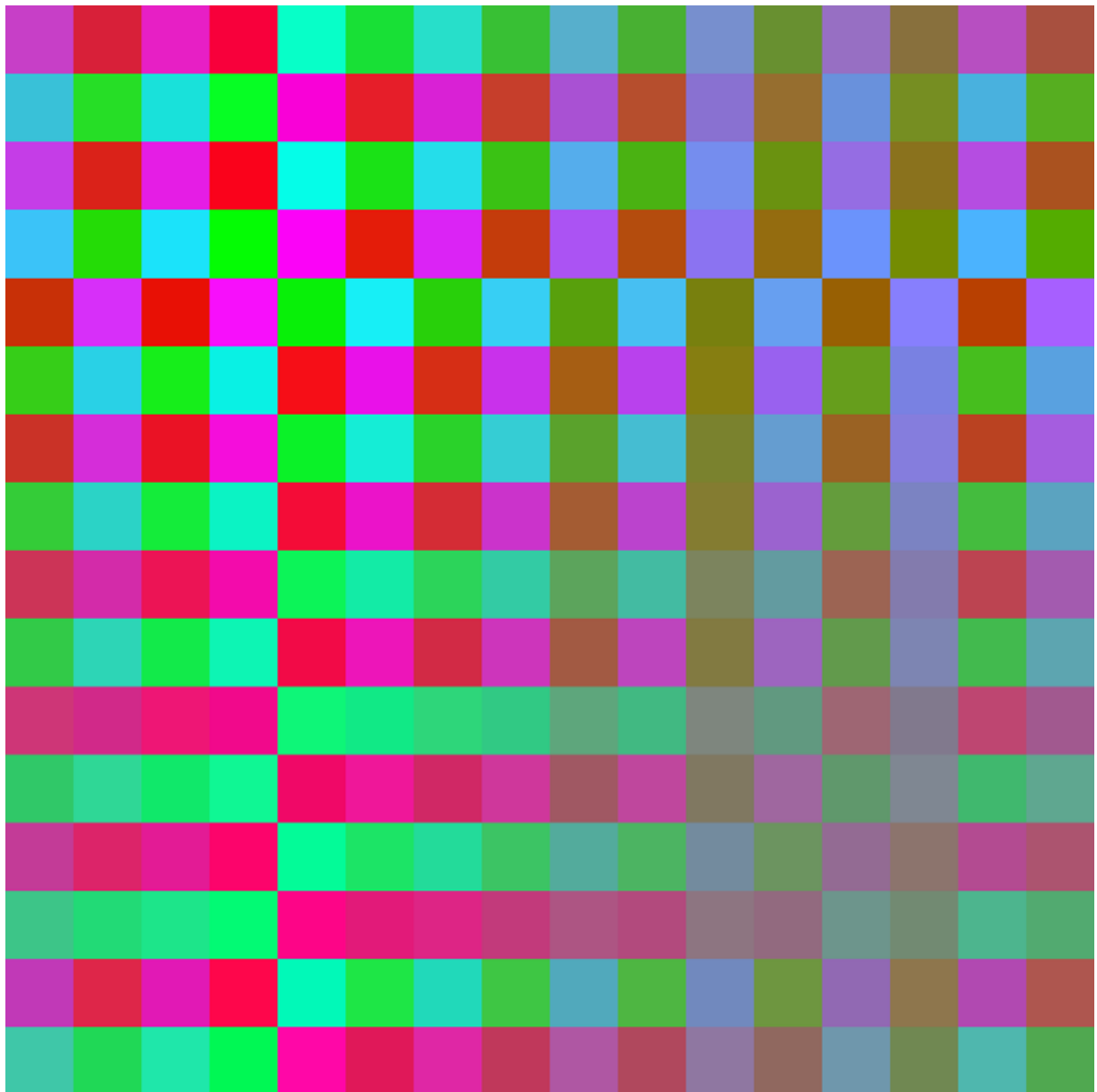
53 R
 G Spiegelung um 180° gedreht
 B Spiegelung



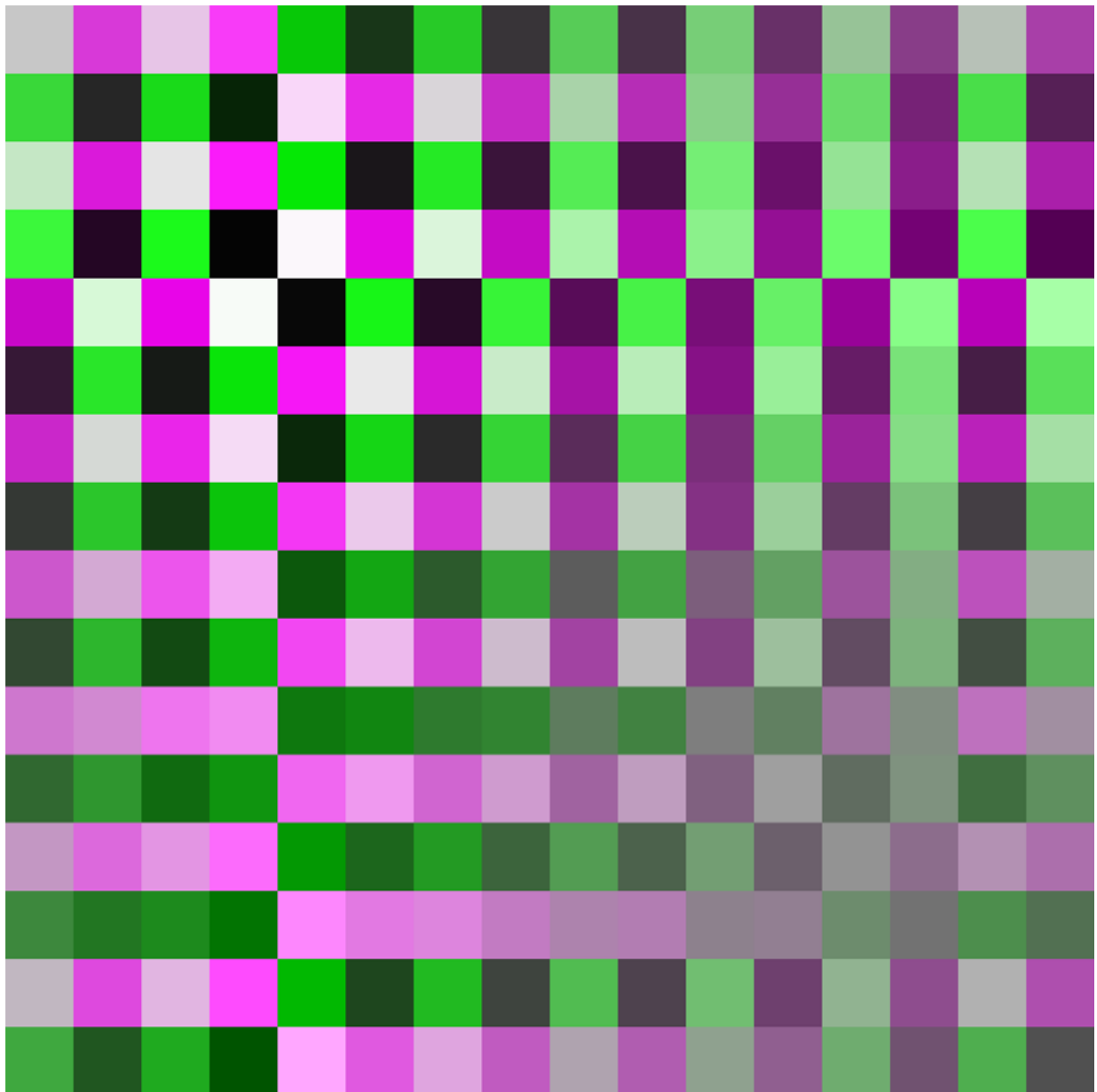
54 R
 G Spiegelung um 180° gedreht
 B Spiegelung um 90° gedreht



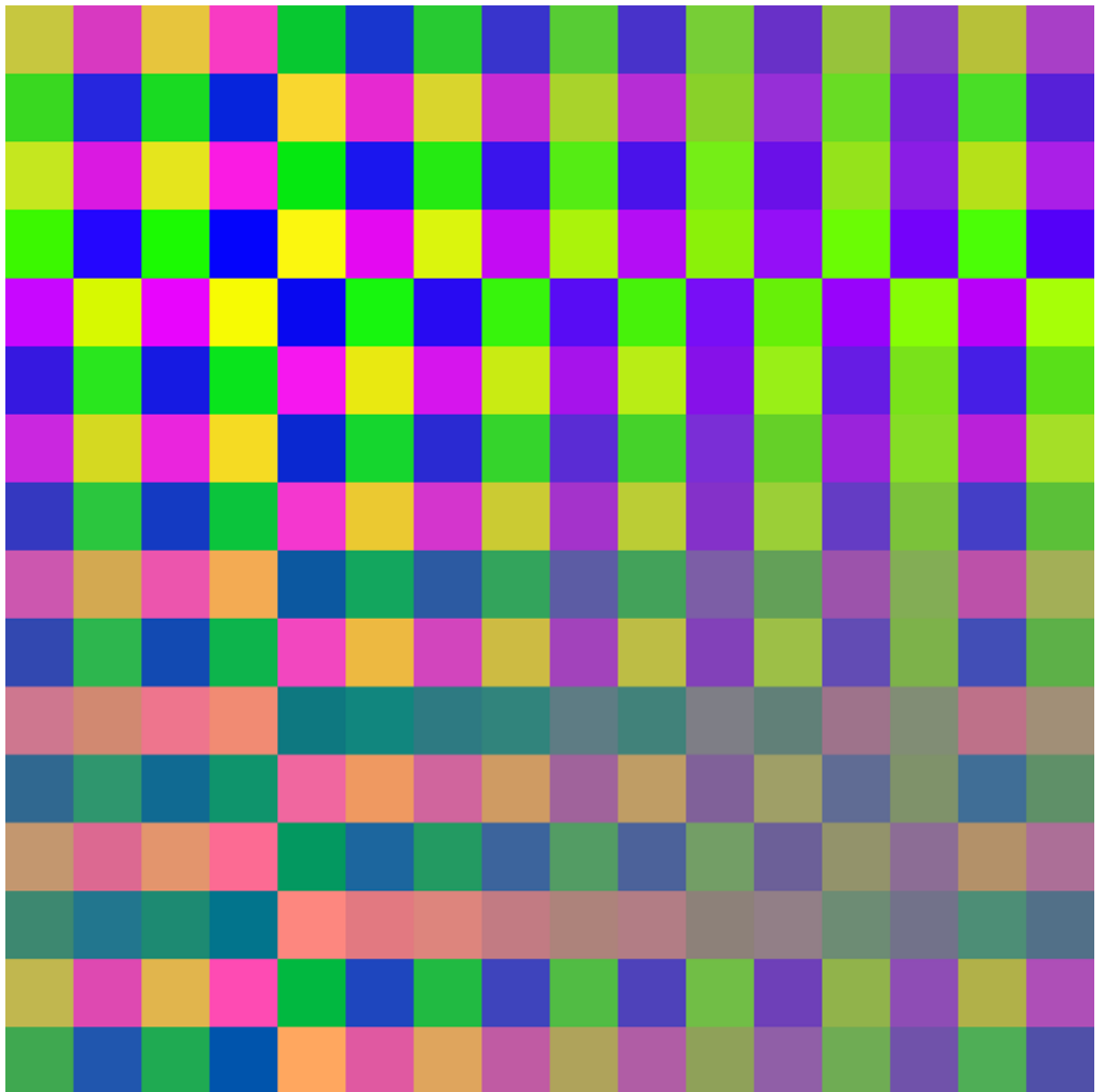
55 R
G Spiegelung um 180° gedreht
B Spiegelung um 180° gedreht



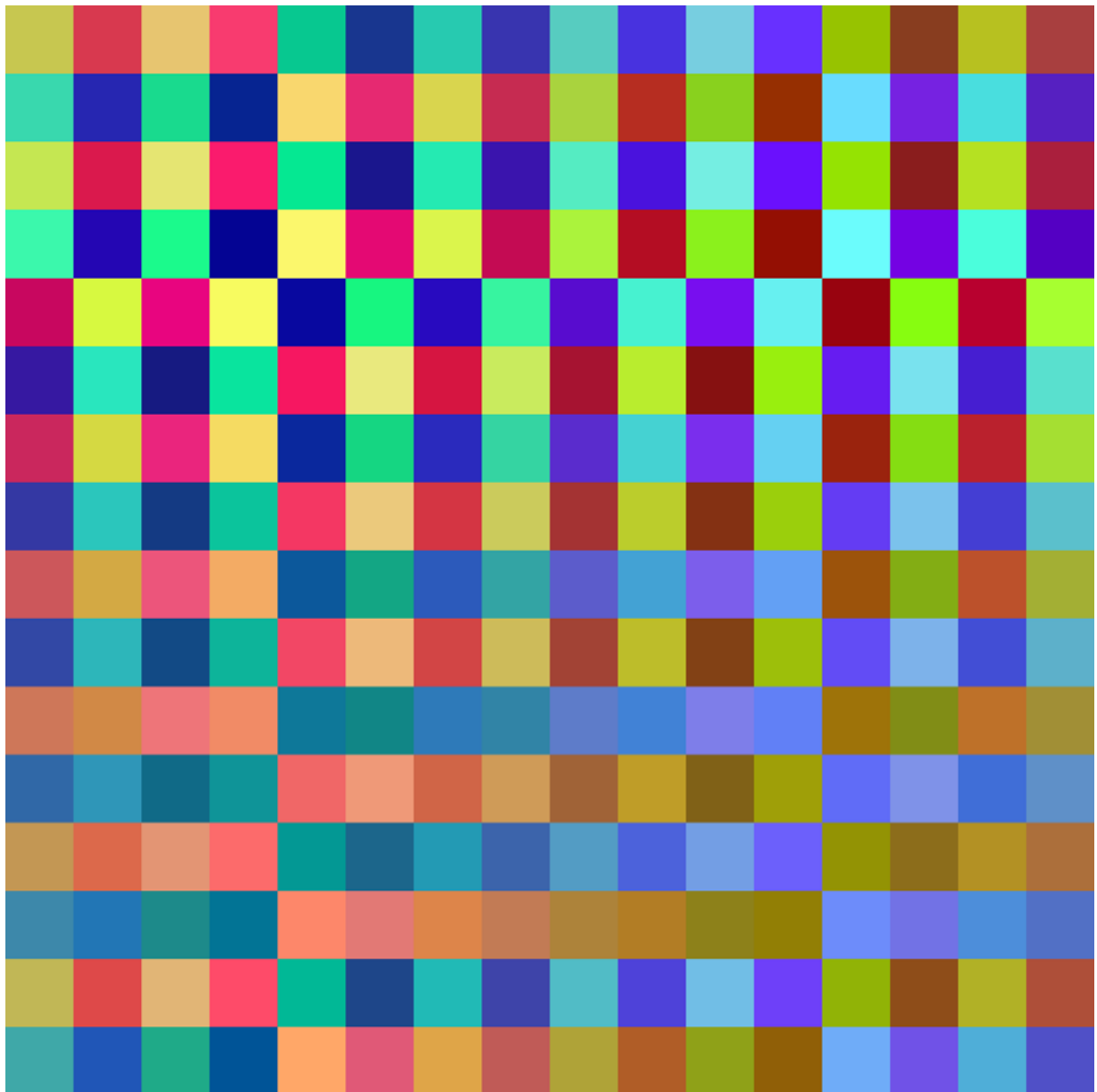
56 R
 G Spiegelung um 180° gedreht
 B Spiegelung um 270° gedreht



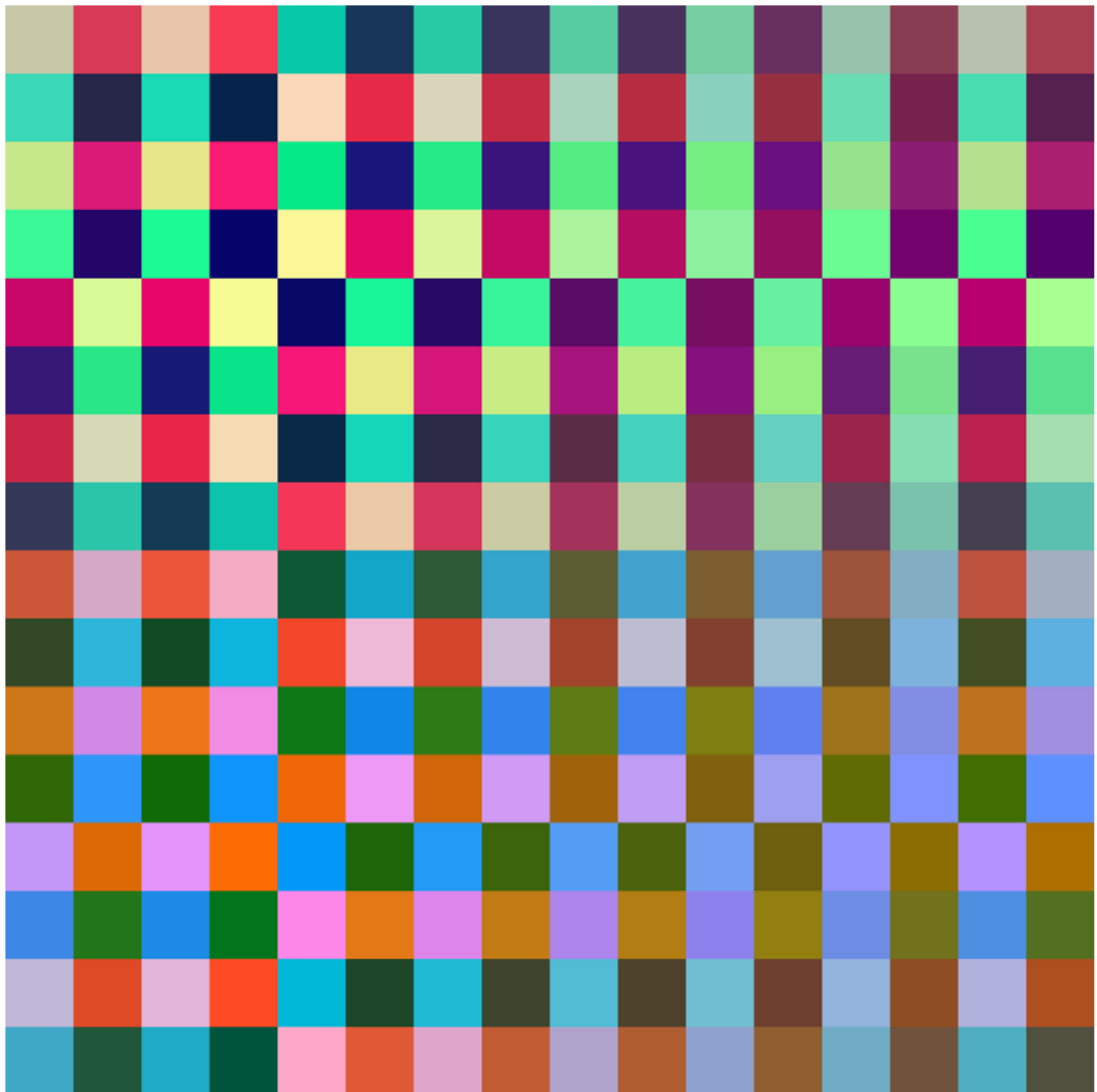
57 R
G Spiegelung um 270° gedreht
B



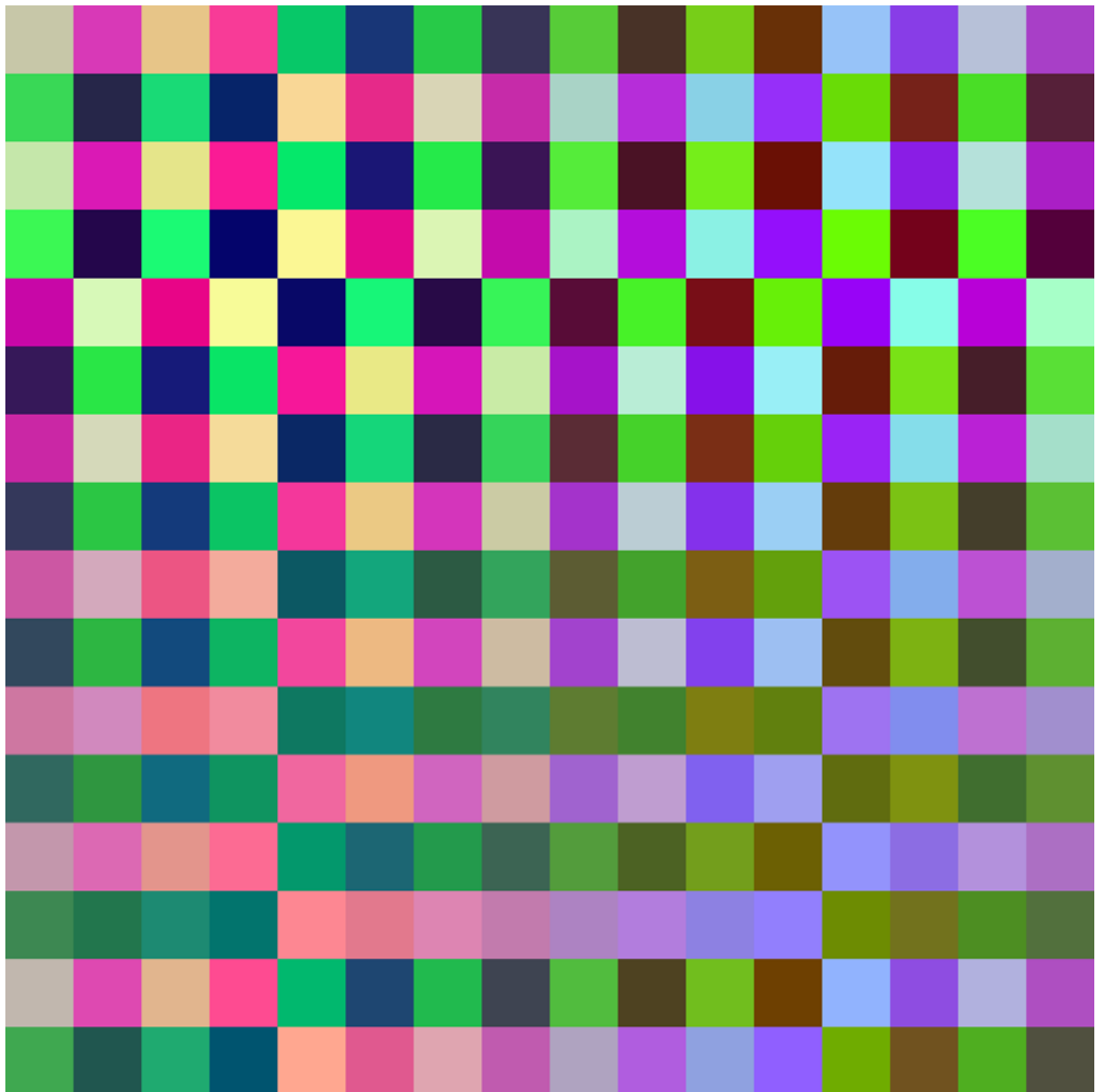
58 R
 G Spiegelung um 270° gedreht
 B 90° gedreht



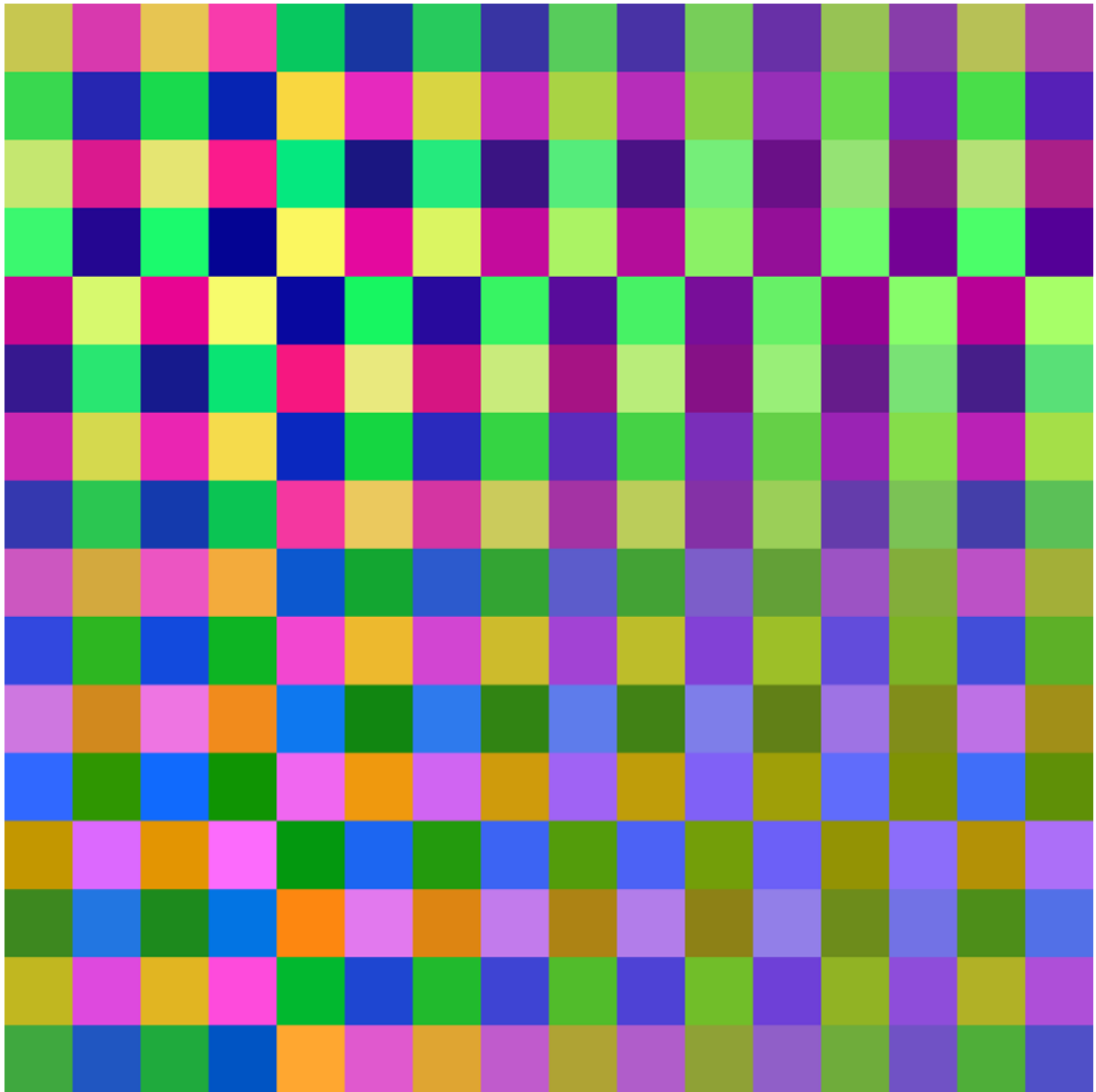
59 R
 G Spiegelung um 270° gedreht
 B 180° gedreht



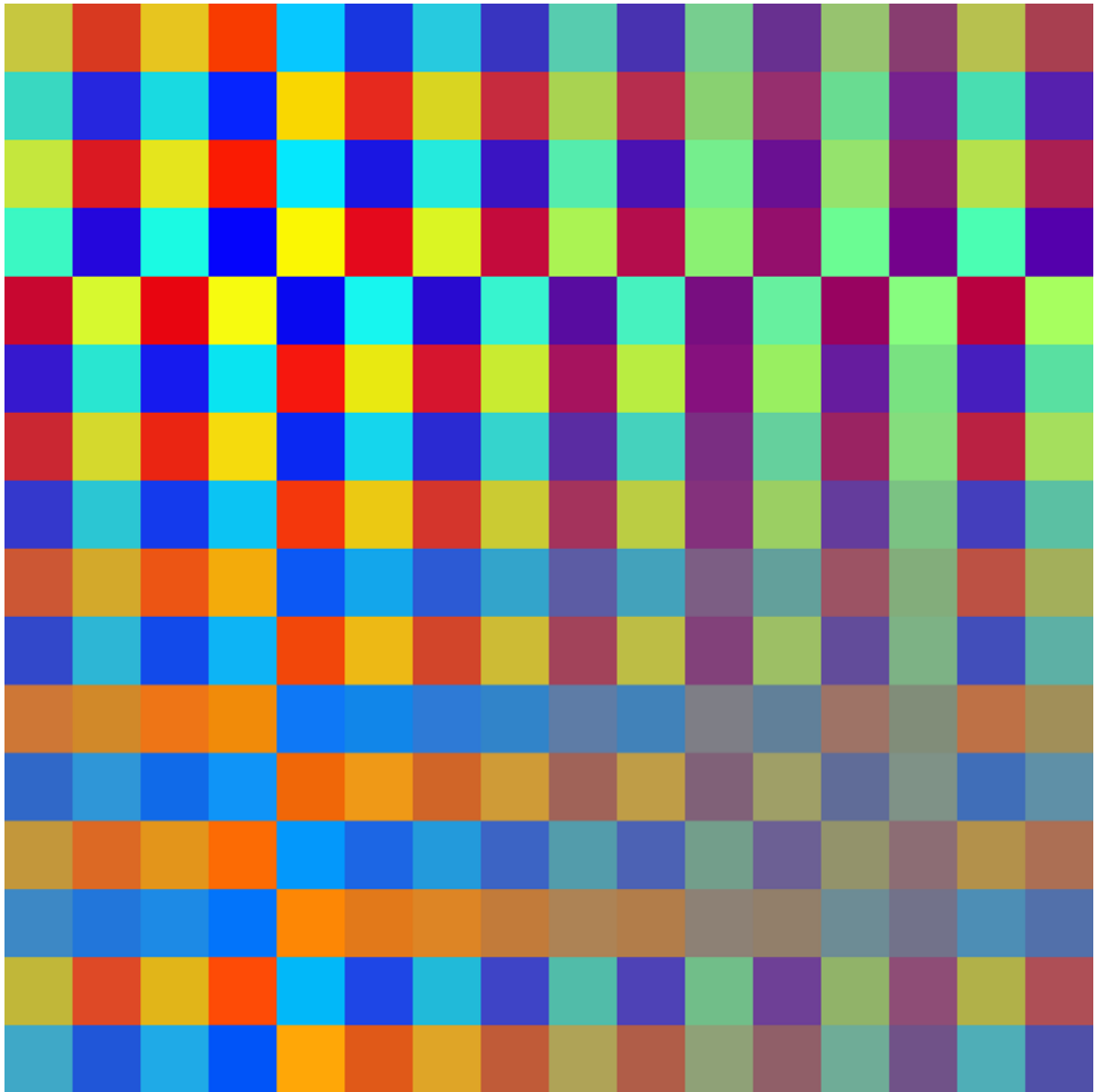
60 R
 G Spiegelung um 270° gedreht
 B 270° gedreht



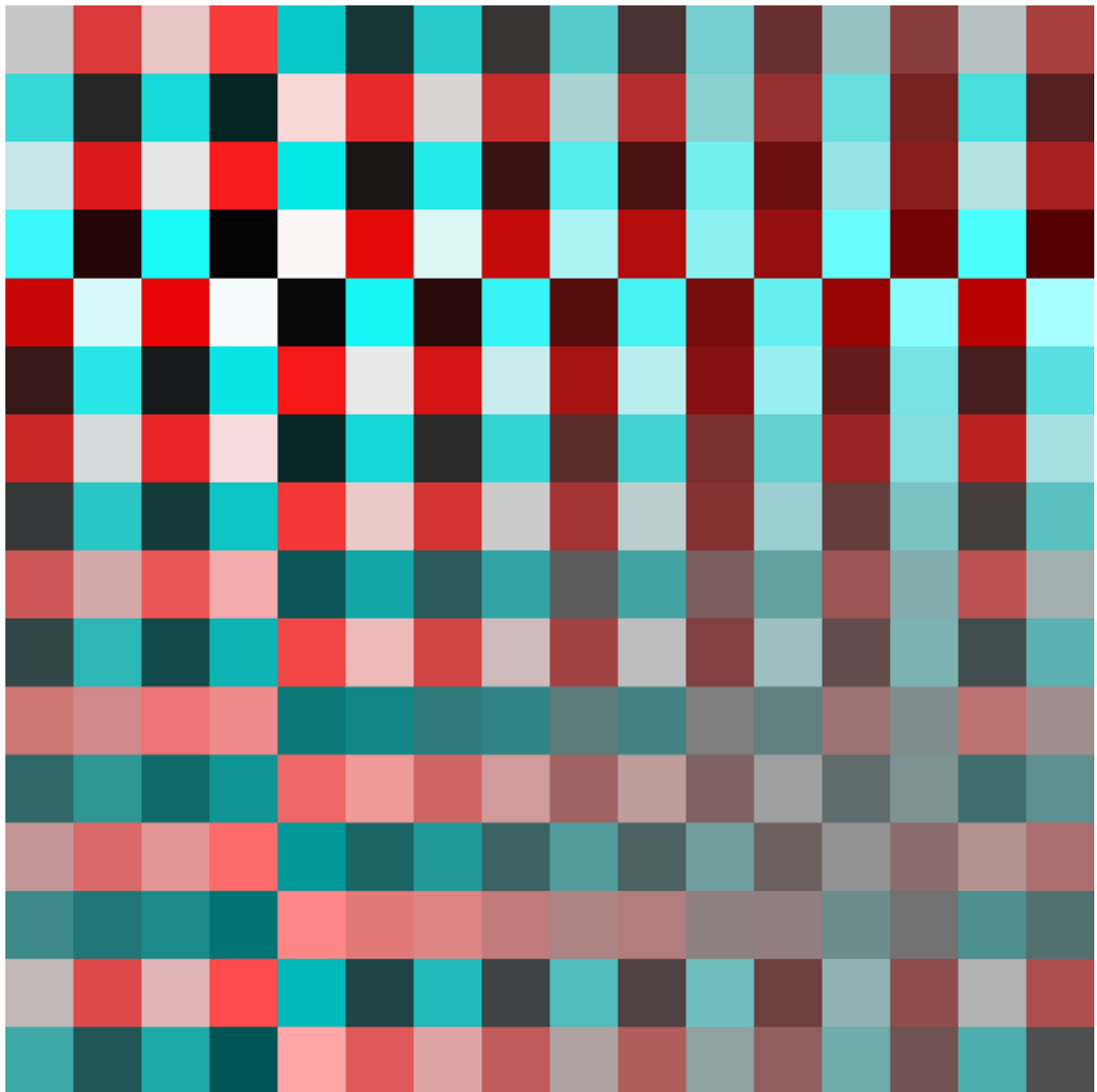
61 R
 G Spiegelung um 270° gedreht
 B Spiegelung



62 R
 G Spiegelung um 270° gedreht
 B Spiegelung um 90° gedreht



63 R
G Spiegelung um 270° gedreht
B Spiegelung um 180° gedreht



64 R
 G Spiegelung um 270° gedreht
 B Spiegelung um 270° gedreht

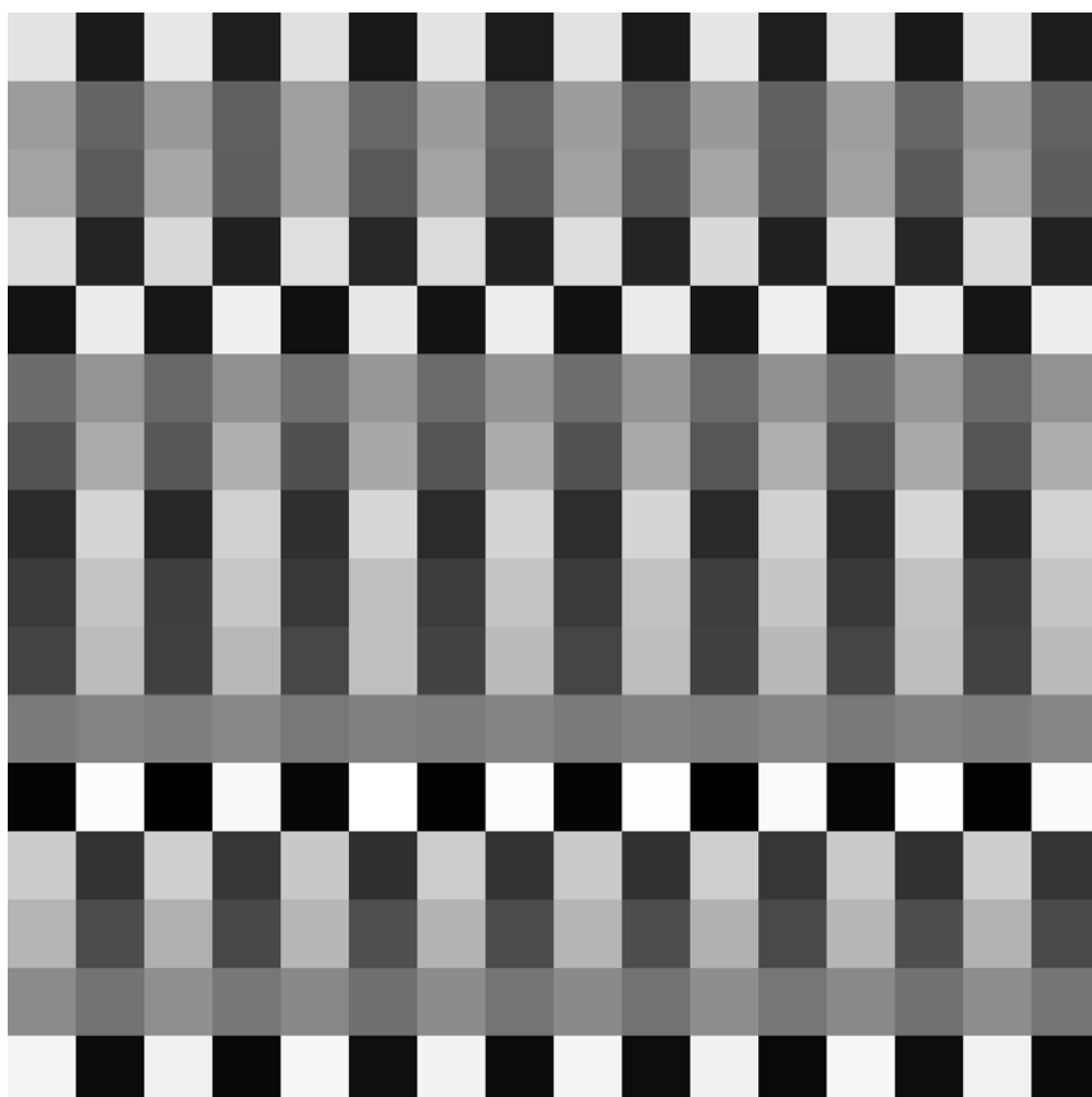
Was hier gezeigt wurde ist ein reines Farbenspiel.

Die Graustufen setzen sich jeweils aus drei Farbfolien (in den Grundfarben) zusammen. Dreht man nun einzelne Folien, ergeben sich unterschiedliche Farbquadrate die auch weiterhin alle Eigenschaften der magischen Quadrate behalten, statt der Grau-Entsprechung überlagern sich dann eine Gelb-Entsprechung, in einer anderen Richtung die Cyan-Entsprechung und schließlich eine Magenta-Entsprechung. In jedem Fall sind alle Farbanteile in jeder Richtung, sowohl in den Reihen, den Spalten wie auch den Diagonalen, identisch. Dies ist möglich, weil die Zahlen in Intensitätsstufen übersetzt wurden. Spiegelung und Negativ wären weitere Ableitungen.

Zum ersten mal, benutzte ich dieses System in meiner Agrippa-Mappe, bei früheren Quadraten ($8 \times 8 = 64 = 6$ Ebenen) wurden die Farben immer Zahlenebenen (Binärstellen) zugeordnet und ließen deshalb jeden Austausch zu. Dabei hatte dann jede Farbschicht auch eine eigene Form (Maske) während nun jeder Folie die selbe Abstufung zu Grunde liegt. Die Farb-Zuordnung zu den Ebenen lässt sich bei diesen Quadraten nicht anwenden, es wären neun Ebenen nötig um eine ausgewogene Farbskala zu erhalten.

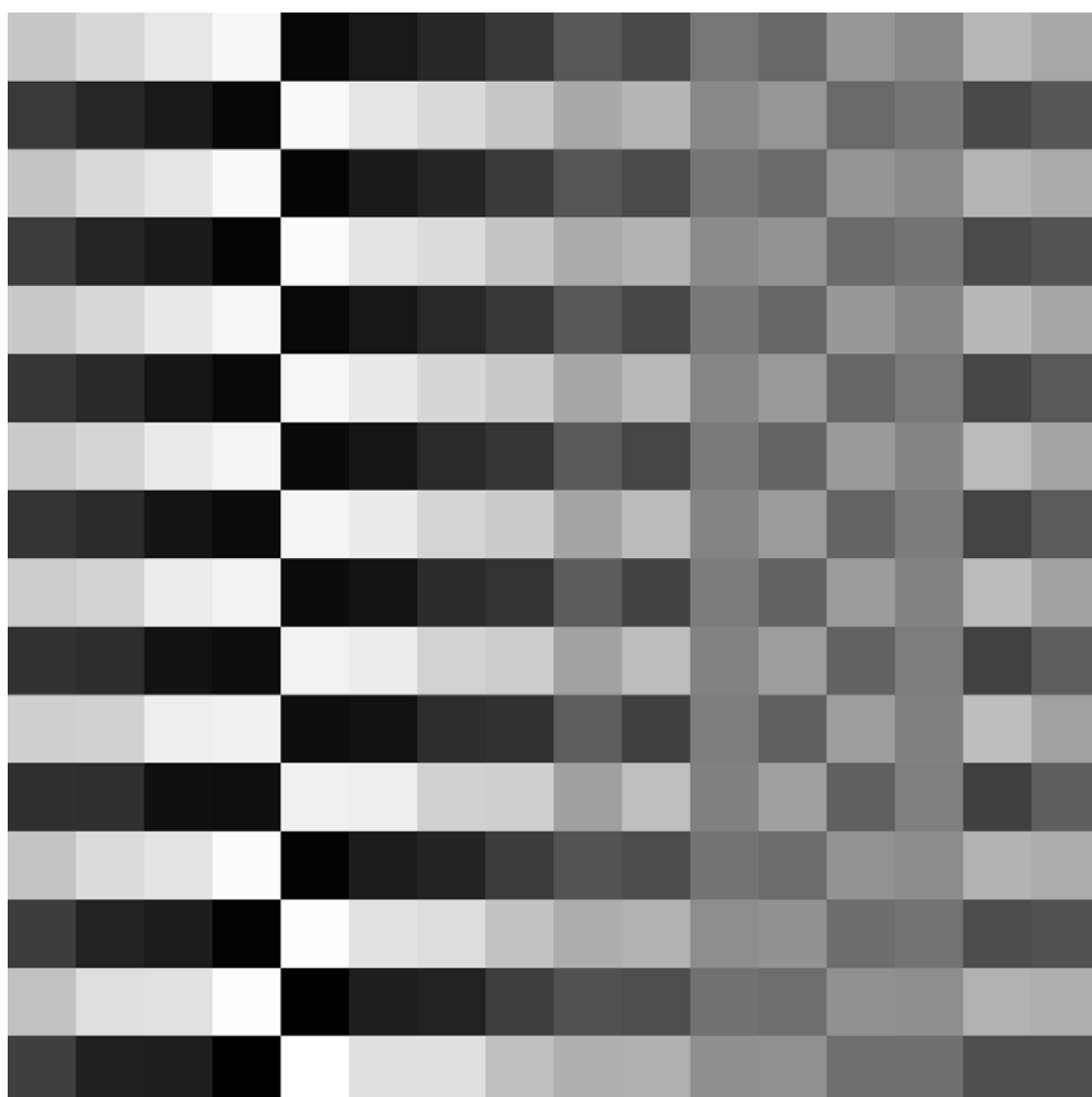
Das waren nun die Variationen eines Quadrats, aber weil jetzt alle Masken gleichgewichtig sind können sie beliebig vertauscht und miteinander kombiniert werden, was jedes Mal zu einem neuen Zahlen-Quadrat führt. Bei acht Masken bedeutet das $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40.320$ Permutationen. Bedenkt man darüber hinaus dass jedes Quadrat mit jeder der 256 Zahlen beginnen kann ergibt sich die erstaunliche Zahl von 10.321.920 Quadraten.

Zum Abschluss möchte ich nun die drei Farbebenen von drei unterschiedlichen Quadraten zusammenstellen und errechne dafür die letzte Permutation dieses Franklin-Quadrats. Statt 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1 wird nun die Zuordnung 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 und 128 benutzt.



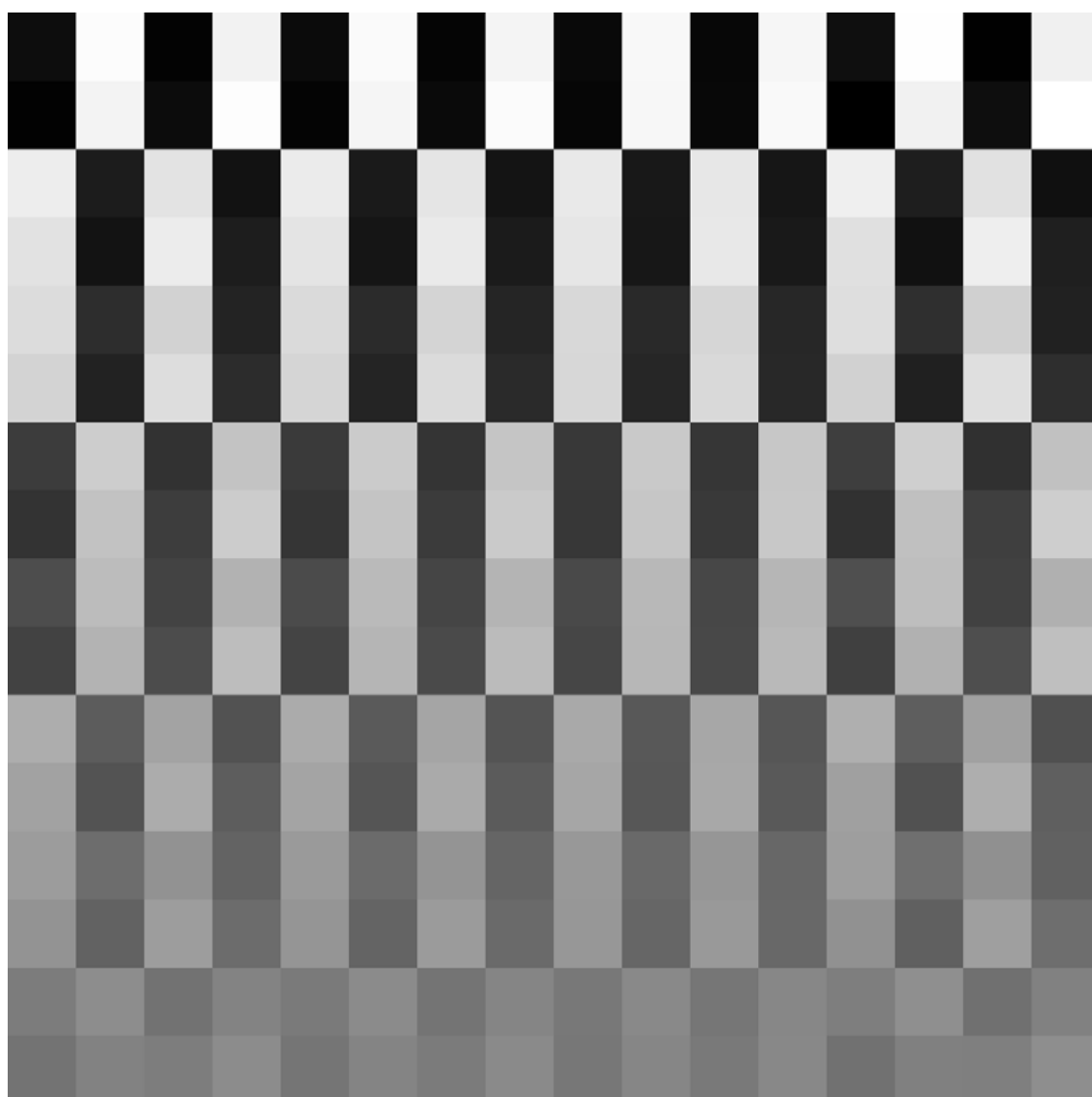
227	27	231	31	224	24	228	28	226	26	230	30	225	25	229	29
156	100	152	96	159	103	155	99	157	101	153	97	158	102	154	98
163	91	167	95	160	88	164	92	162	90	166	94	161	89	165	93
220	36	216	32	223	39	219	35	221	37	217	33	222	38	218	34
19	235	23	239	16	232	20	236	18	234	22	238	17	233	21	237
108	148	104	144	111	151	107	147	109	149	105	145	110	150	106	146
83	171	87	175	80	168	84	172	82	170	86	174	81	169	85	173
44	212	40	208	47	215	43	211	45	213	41	209	46	214	42	210
59	195	63	199	56	192	60	196	58	194	62	198	57	193	61	197
68	188	64	184	71	191	67	187	69	189	65	185	70	190	66	186
123	131	127	135	120	128	124	132	122	130	126	134	121	129	125	133
4	252	0	248	7	255	3	251	5	253	1	249	6	254	2	250
203	51	207	55	200	48	204	52	202	50	206	54	201	49	205	53
180	76	176	72	183	79	179	75	181	77	177	73	182	78	178	74
139	115	143	119	136	112	140	116	138	114	142	118	137	113	141	117
244	12	240	8	247	15	243	11	245	13	241	9	246	14	242	10

Das neu errechnete Quadrat als R-Kanal,



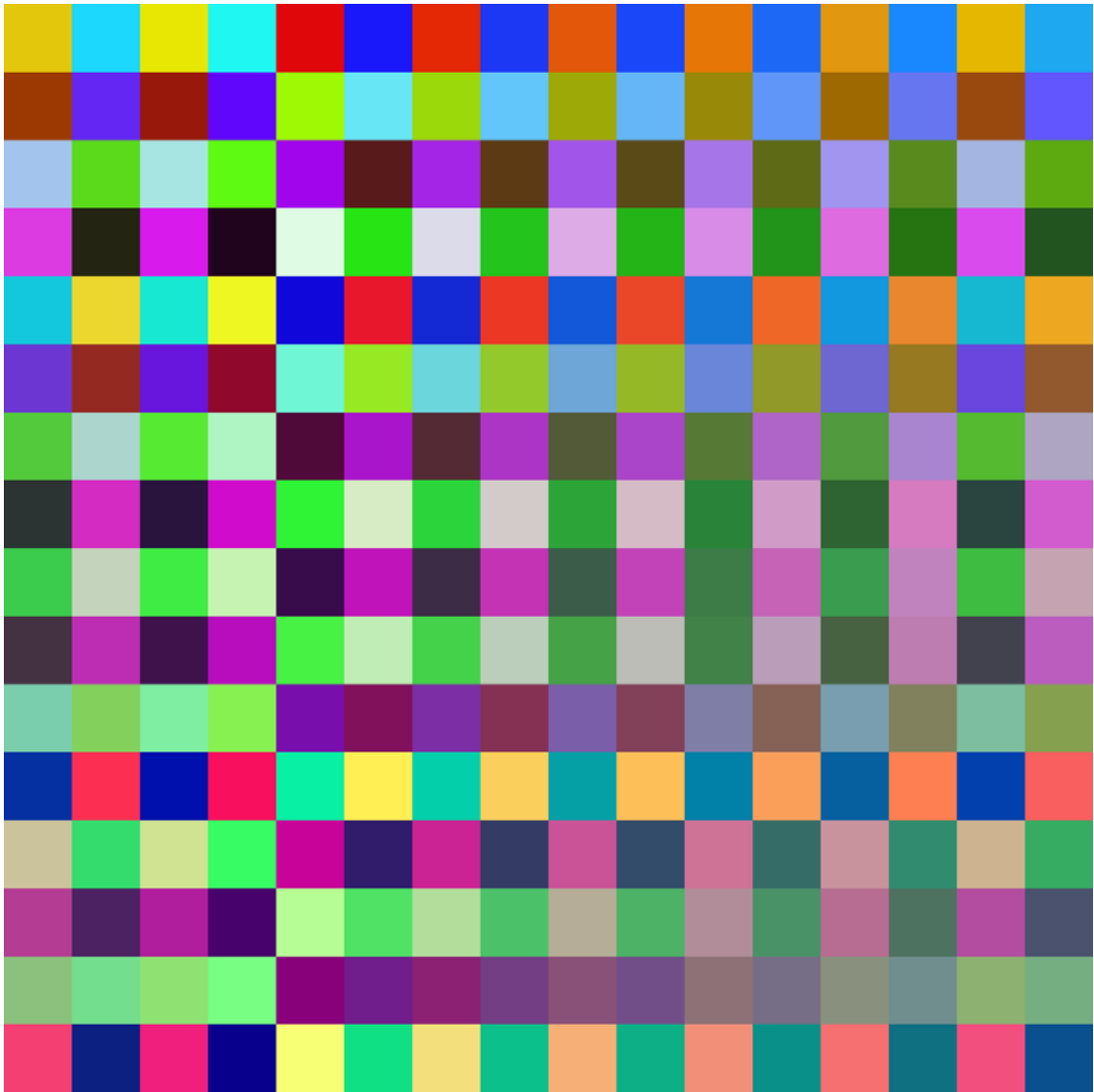
199	216	231	248	7	24	39	56	87	72	119	104	151	136	183	168
57	38	25	6	249	230	217	198	169	182	137	150	105	118	73	86
197	218	229	250	5	26	37	58	85	74	117	106	149	138	181	170
59	36	27	4	251	228	219	196	171	180	139	148	107	116	75	84
200	215	232	247	8	23	40	55	88	71	120	103	152	135	184	167
54	41	22	9	246	233	214	201	166	185	134	153	102	121	70	89
202	213	234	245	10	21	42	53	90	69	122	101	154	133	186	165
52	43	20	11	244	235	212	203	164	187	132	155	100	123	68	91
204	211	236	243	12	19	44	51	92	67	124	99	156	131	188	163
50	45	18	13	242	237	210	205	162	189	130	157	98	125	66	93
206	209	238	241	14	17	46	49	94	65	126	97	158	129	190	161
48	47	16	15	240	239	208	207	160	191	128	159	96	127	64	95
195	220	227	252	3	28	35	60	83	76	115	108	147	140	179	172
61	34	29	2	253	226	221	194	173	178	141	146	109	114	77	82
193	222	225	254	1	30	33	62	81	78	113	110	145	142	177	174
63	32	31	0	255	224	223	192	175	176	143	144	111	112	79	80

das korrigierte Ausgangs-Quadrat als G-Kanal

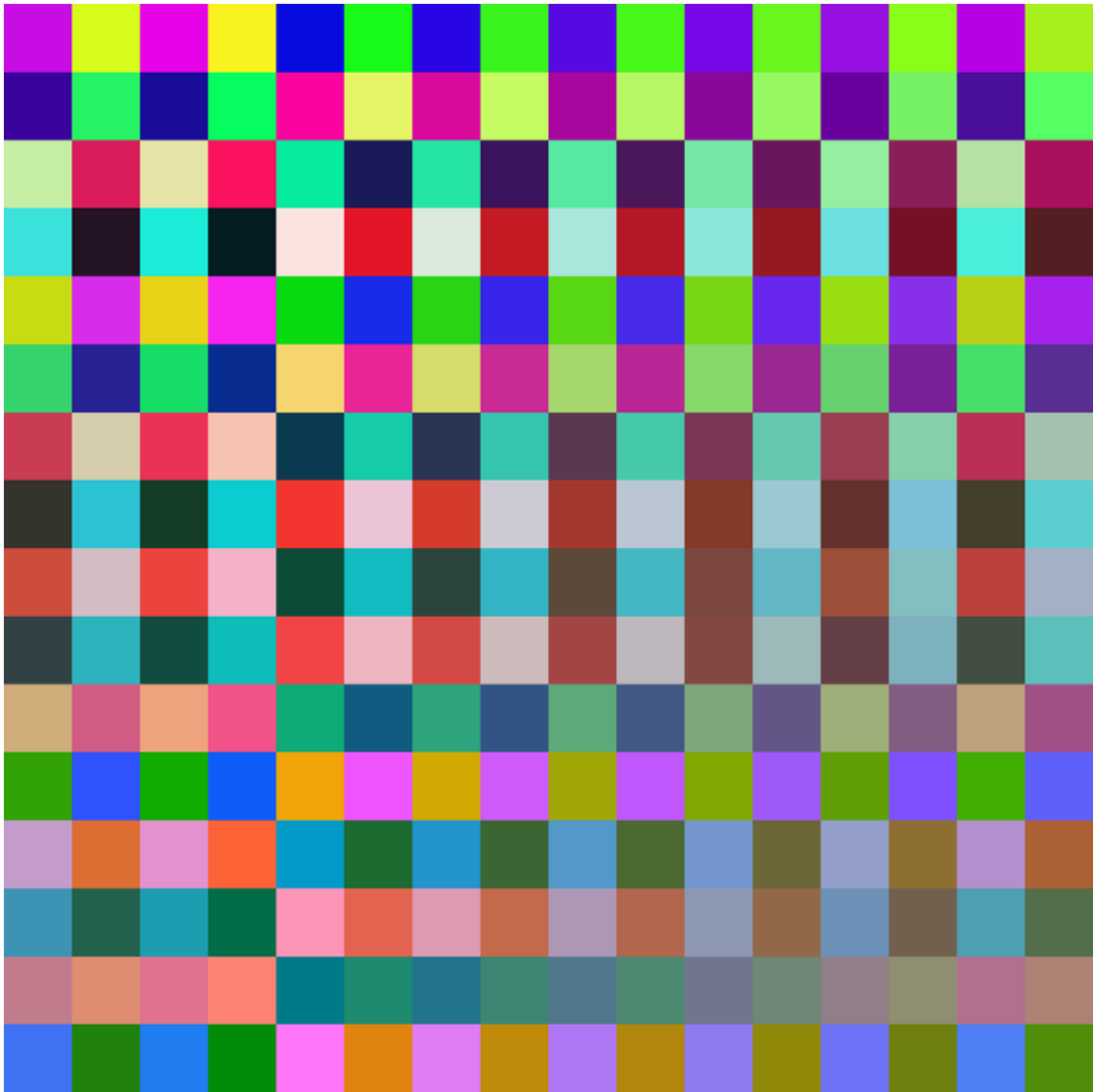


13	252	3	242	11	250	5	244	9	248	7	246	15	254	1	240
2	243	12	253	4	245	10	251	6	247	8	249	0	241	14	255
237	28	227	18	235	26	229	20	233	24	231	22	239	30	225	16
226	19	236	29	228	21	234	27	230	23	232	25	224	17	238	31
220	45	210	35	218	43	212	37	216	41	214	39	222	47	208	33
211	34	221	44	213	36	219	42	215	38	217	40	209	32	223	46
60	205	50	195	58	203	52	197	56	201	54	199	62	207	48	193
51	194	61	204	53	196	59	202	55	198	57	200	49	192	63	206
77	188	67	178	75	186	69	180	73	184	71	182	79	190	65	176
66	179	76	189	68	181	74	187	70	183	72	185	64	177	78	191
173	92	163	82	171	90	165	84	169	88	167	86	175	94	161	80
162	83	172	93	164	85	170	91	166	87	168	89	160	81	174	95
156	109	146	99	154	107	148	101	152	105	150	103	158	111	144	97
147	98	157	108	149	100	155	106	151	102	153	104	145	96	159	110
124	141	114	131	122	139	116	133	120	137	118	135	126	143	112	129
115	130	125	140	117	132	123	138	119	134	121	136	113	128	127	142

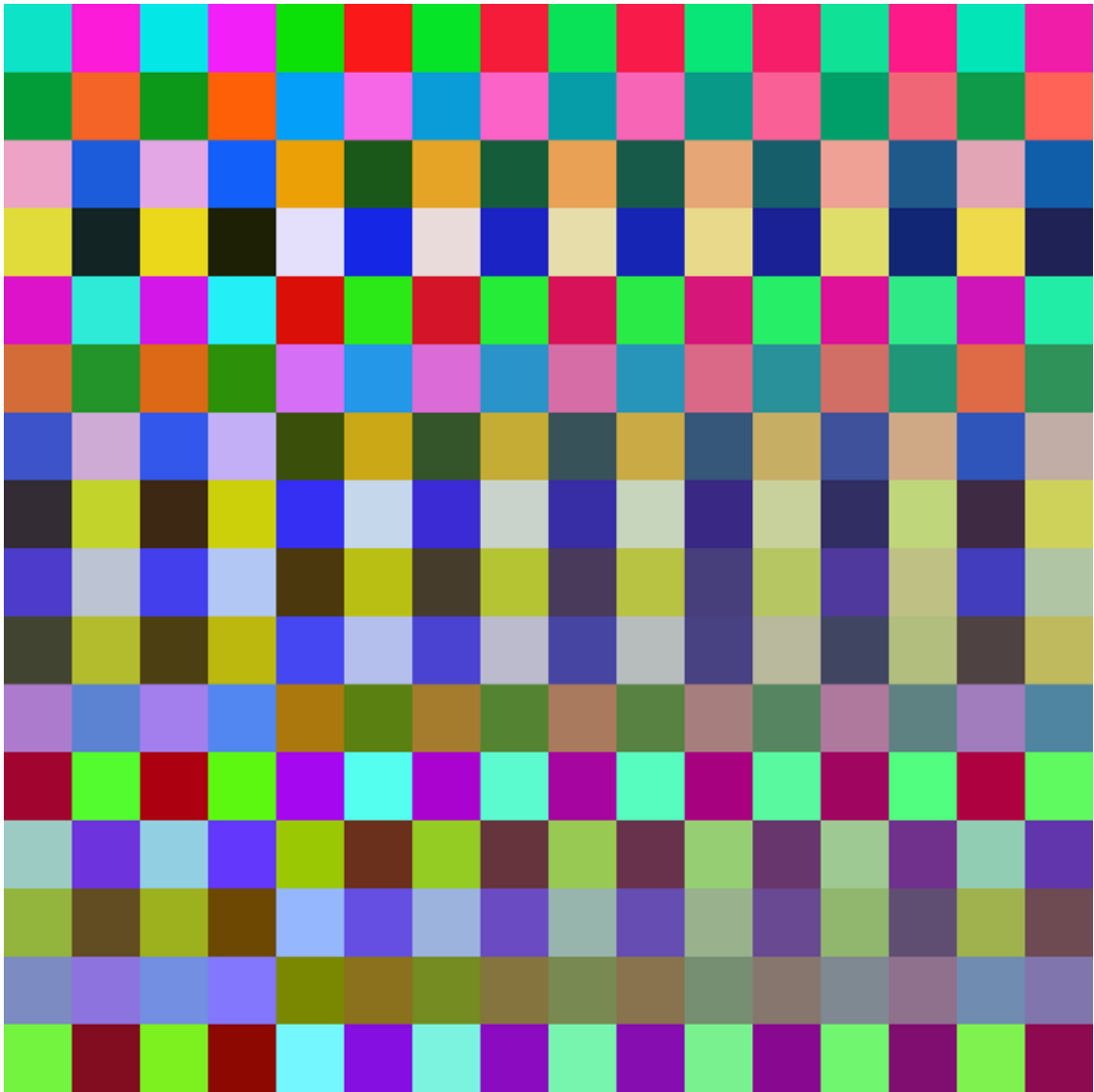
und ein weiteres Franklin-Quadrat als B-Kanal



ergeben dieses Quadrat,

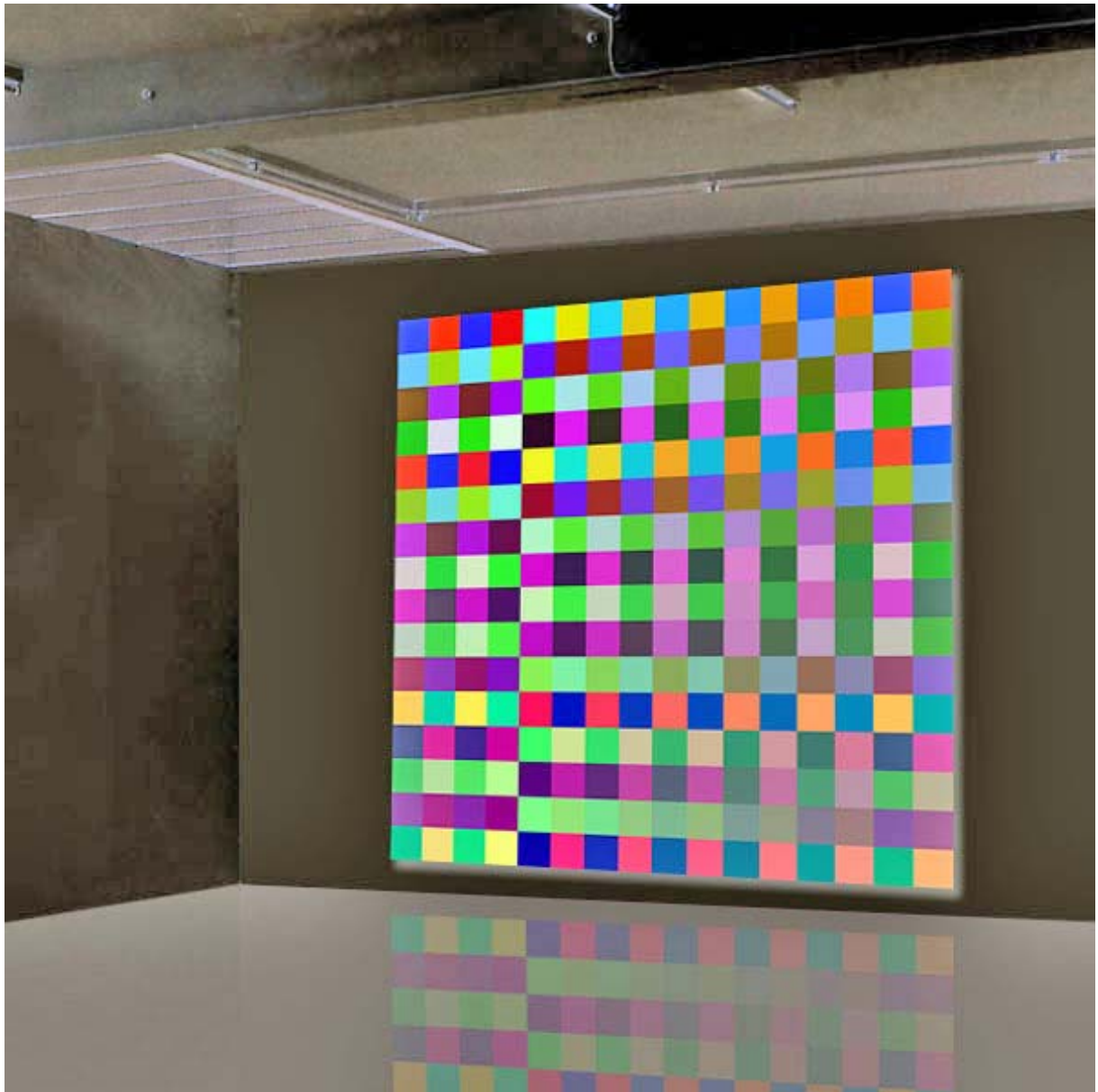


die restlichen Folien



ergeben diese beiden.





Eine Möglichkeit der Realisierung wäre ein Bubble Jet Ausdruck evtl. in mehreren Bahnen, aber weil es sich zum einen mehr um ein Konzept als eine Bildvorlage handelt und es andererseits so unendlich viele Variationsmöglichkeiten gibt würde ich gerne eine oder mehrere Sequenzen ausarbeiten und mit einem Beamer auf eine Wand projizieren.

© Paul Heimbach
Das Franklin-Konzept
Köln, 2005

Farbquadrate nach
Benjamin Franklin
(1706-1790)

Links zu Franklin-Quadraten:

4 Google Ergebnisse
(von ungefähr 26.400 für franklin magic squares)

[Franklin Squares](http://www.geocities.com/~harveyh/franklin.htm)

(<http://www.geocities.com/~harveyh/franklin.htm>)

[Franklin Squares](http://www.pasles.org/Franklin.html)

(<http://www.pasles.org/Franklin.html>)

[Franklin's Magic Squares](http://mathpages.com/home/kmath155.htm)

(<http://mathpages.com/home/kmath155.htm>)

[Benjamin Franklin](http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/projekt_berichte/franklin/benjamin_franklin.htm)

(http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/projekt_berichte/franklin/benjamin_franklin.htm)